

ООО «СИТИС»
ТР – 5097

ASME V&V 10.1-2012
ПОЯСНЕНИЕ ПРИНЦИПОВ
ВЕРИФИКАЦИИ
И ВАЛИДАЦИИ В
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
МЕХАНИКЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Американский национальный стандарт

American National Standard

ASME V&V 10.1-2012

Illustration of concepts for Verification
and Validation in Computational Solid Mechanics

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. КРАТКИЙ ОБЗОР	4
2. ВВЕДЕНИЕ	4
3. ЦЕЛЬ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ	5
4. ПРЕДПОСЫЛКИ.....	5
4.1 Верификация	6
4.2 Валидация	6
4.3 Документация.....	7
5. ПЛАН ВЕРИФИКАЦИИ И ВАЛИДАЦИИ	8
5.1 Интересующая реальность, предполагаемое использование и характеристики отклика	8
5.2 Требования верификации	9
5.3 Подходы валидации, показатели и требования	9
6. РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ	12
6.1 Концептуальная модель.....	12
6.2 Математическая модель.....	12
Математическая модель	12
6.3 Расчетная модель	13
7. ВЕРИФИКАЦИЯ	13
7.1 Верификация кода	14
7.2 Верификация расчета	16
8. ПОДХОД ВАЛИДАЦИИ 1	18
8.1 Получение результата модели	18
8.2 Экспериментальные данные.....	18
8.3 Оценка валидации	18
9. ПОДХОД ВАЛИДАЦИИ 2	19
9.1 Опыты валидации.....	19
9.2 Расчет неопределенности модели	19
9.3 Случайная изменчивость модуля материалов.....	21
9.4 Случайная изменчивость гибкости опоры.....	21
9.5 Распространение неопределенности	23
9.6 Оценка валидации	23
10 КРАТКИЙ ОБЗОР	25
11. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ПРИМЕЧАНИЯ.....	26
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	27

ПРЕДИСЛОВИЕ

По комментариям читателей к Руководству ASME по верификации и валидации в вычислительной механике твердых тел [1] (далее по тексту V&V 10), Комитет ASME V&V 10 по верификации и валидации в вычислительной механике твердых тел признал необходимость в дополнительном документе, который мог бы предоставить более подробное пошаговое описание применения верификации и валидации. Настоящий документ стремится восполнить эту потребность путем применения общих концепций верификации и валидации к иллюстрирующему примеру.

Положения документа берут начало из соглашения, достигнутого членами комитета по стандартизации (в V&V 10 входит около 20 активных членов), чьи интересы имеют широкий спектр. Достижение такого соглашения — долгая и трудоемкая задача, однако в конечном итоге польза для сообщества вычислительной механики оправдывает усилия. Многие соглашения были достигнуты при создании настоящего документа, включающем иллюстрирующий пример. Основной искомый баланс был направлен на то, чтобы сообщить читателю на базовом уровне, не искажая многих нюансов, связанных с уточняющими принципами верификации и валидации. Опасность чрезмерного упрощения заключается в том, что читатель может воспринять упрощенные понятия и положения вне контекста иллюстрирующего примера, и обобщить их до ситуаций, не предполагаемых авторами. Соответственно, опасность внимания к деталям заключается в том, что читатель может не понять или не желать понять тонкости, введенные повторного квалификации точки (например, «модель, прошедшая валидацию» в противовес «модели, прошедшей валидацию для использования по назначению»). В большинстве случаев Комитет отдает предпочтение ясности перед полнотой повествования.

Область применения настоящего документа значительно изменилась с момента его создания. Например, его первоначальной целью было включать в качестве начального примера сравнение одного опыта с одним расчетом без учета неопределенностей в них, так как проще всего пояснить и соотносить читателей с их возможным прошлым опытом с валидацией. Однако в результате внутренних дискуссий и внешних обзоров, Комитет пришел к решению признать, что для сохранения согласованности с V&V 10, рекомендуемые процедуры проверки должны всегда учитывать неопределенности в как расчетах, так и в данных, которые подлежат сравнению. Это привело Комитет к ограничению внимания к требованиям валидации и показателей, которые непосредственно зависят от лежащих в основе распределений, характеризующих неопределенность в виде расчетов и данных.

ASME V&V 10.1-2012 был утвержден Комитетом V&V 10 2 декабря 2011 года, Комитетом V&V по стандартам 20 февраля 2012 года, а Американским Национальным Институтом Стандартов в качестве американского национального стандарта 7 марта 2012 года.

1. КРАТКИЙ ОБЗОР

Настоящий стандарт описывает простой пример верификации и валидации (V&V), чтобы проиллюстрировать некоторые из ключевых понятий и процедур, представленных в документе V&V 10. В примере фигурирует эластичная, коническая, консольная балка коробчатого сечения, находящаяся под неоднородной статической нагрузкой. Задача верификации приводит к появлению равномерной нагрузки по половине длины балки. Интересующий отклик — прогиб консольной балки на конце. План тестирования валидации и требования к метрикам и точности для сравнения расчетных откликов с измерениями приведены в плане V&V, который разрабатывается на первом этапе программы V&V. При настройке требований валидации и определении бюджета для программы V&V, план V&V рассматривает уровень риска в использовании модели по прямому назначению. Успешное выполнение требований верификации и валидации означает, что вычислительная модель для конической балки прошла валидацию для использования по назначению, представленному в настоящем документе, а именно, прогнозирование отклика конической балки, испытанной в лаборатории.

Чтобы охватить как можно больше общего процесса верификации и валидации в данном примере, вычислительная модель была разработана специально для данной задачи с конической балкой, несмотря на то, что на практике с большей вероятностью будет использован код конечного элемента общего назначения. Концептуальная модель представляет собой балку Бернулли-Эйлера, для которой основные уравнения решаются с помощью метода конечных элементов. Расчетная модель была верифицирована (проверена на предмет правильного программирования математической модели и порядка решения) путем сравнения вычисленных значений прогиба на конце с аналитическим решением соответствующей, но более простой задачи. Исследования измельчения расчетной сетки первоначально показали, что модель не сходится в ожидаемой теоретической скоростью. Дальнейшее исследование выявило ошибку в программировании, исправление, которой привело к соответствующей скорости сходимости. Определение допустимой ошибки в связи с отсутствием сходимости далее позволило выбрать соответствующий уровень измельчения сетки.

Для валидации (сравнения с экспериментальными данными) были проведены 10 виртуальных испытаний одного и того же теста, чтобы количественно определить распределение результатов в связи с непредвиденными изменениями в свойствах материалов, строительстве опытных образцов и проведении испытаний. Другие виртуальные испытания были проведены, чтобы охарактеризовать неопределенности в отдельных входных параметрах модели, а именно, жесткости вращающейся опоры и модуля упругости.

Были рассмотрены следующие два подхода валидации:

(а) случай, при котором данные неопределенности не были доступны, и вместо этого были получены от специалистов в данной области.

(б) случай, при котором данные неопределенности были получены из повторных испытаний и расчетов.

В обоих случаях был использован тот же показатель, чтобы продемонстрировать использование информации о неопределенности в сравнении модели и испытаний. Метрика валидации представляет собой меру относительной ошибки между вычисленным и измеренным прогибом на конце балки.

Та же модель была использована в обоих случаях валидации. В каждом случае метрика сравнивалась с требованием точности, составляющим 10%. В обоих случаях модель была успешно прошла валидацию. Если бы валидация не была пройдена успешно, было бы необходимо исправить недостатки модели, собрать дополнительные или улучшенные экспериментальные данные, или снизить требование валидации.

2. ВВЕДЕНИЕ

Настоящий стандарт является первым в запланированной серии документов, посвященных теме верификации и валидации, изначально рассматриваемых в основополагающем документе Комитета ASME V&V 10, Руководство по верификации и валидации в вычислительной механике твердых тел (ASME V&V 10) [1]. V&V 10 был намеренно изложен в виде краткого содержания высокого уровня основных принципов верификации и валидации.

В настоящем документе представлено пошаговое изложение ключевых понятий верификации и валидации. Он предназначен в качестве пособия, иллюстрирующего большую часть методологии, включающей верификацию и валидацию, на последовательном примере.

Выбранный пример включает коническую консольную балку, находящуюся под распределенной нагрузкой. Деформация балки моделируется с помощью традиционной теории Бернулли-Эйлера. Подпираемый конец балки закреплен, чтобы противостоять изгибу, однако ограничен вращательной пружиной. Данное неидеальное граничное условие наряду с изменением модуля упругости балки позволяет нам проиллюстрировать обработку неопределенных параметров модели.

Иллюстративная часть документа начинается с плана верификации и валидации (раздел 5). Данный план является рекомендуемой отправной точкой для всех действий по верификации и валидации. План верификации и валидации обеспечивает основу для проведения оценки верификации и валидации и предоставляет план для сроков деятельности и оценки необходимых ресурсов. План верификации и валидации разрабатывается как коллективная попытка с участием заказчика (который обеспечивает требования), лиц, принимающих решения, исследователей, лиц, выполняющих моделирование, и специалистов, выполняющих сравнение валидации.

После согласования плана V&V следующим шагом является разработка модели, которая включает в себя три типа моделей: концептуальная, математическая и вычислительная (раздел 6).

Параллельно с математическими и вычислительными моделями разрабатываются эксперименты по валидации — физические реализации интересующей реальности (коническая консольная балка), которая в конечном итоге послужит референтом, с которым будут сравниваться прогнозы вычислительной модели на этапе валидации.

После того, как была разработана вычислительная модель, требуется оценка согласования между утверждением математической модели и результатами вычислительной модели. Эта деятельность называется верификацией и состоит из двух основных частей: верификация кода и расчета (раздел 7). Верификация кода, как правило, осуществляется путем сравнения результатов аналитических решений с соответствующими результатами расчетов модели. Верификация расчета выполняется с последовательным измельчением сетки и оценкой ошибки дискретизации с использованием методов, основанных на экстраполяции Ричардсона [5].

После верификации, подтверждающей, что вычислительная модель не содержит ошибок, за исключением проверенных случаев, и определения уровня измельчения сетки, что дает приемлемую ошибку дискретизации, прогнозический расчет экспериментов валидации может продолжаться. Параллельно могут быть проведены эксперименты по валидации, и записаны результаты. Затем оценка валидации производится путем сравнения результатов прогнозирования модели и эксперимента валидации, чтобы определить, было ли удовлетворено требование валидации.

Оставшаяся часть настоящего документа составлена следующим образом. Цель и область применения (раздел 3) описывает, какие части процесса верификации и валидации были и не были описаны в иллюстративном примере. Далее, Предпосылки (раздел 4) обеспечивают обзор процесса верификации и валидации и описывает, как наглядный пример вписывается в общую иерархию валидации — один из ключевых элементов в процессе валидации. Разделы с 5 по 9 содержат иллюстративный пример. Документ заканчивается кратким Заключением (раздел 10), в котором заново приводятся ключевые результаты из иллюстративного примера, и, наконец, некоторые Заключительные замечания (раздел 11) излагающие взгляды на будущую деятельность ASME V&V 10 в отношении верификации и валидации.

3. ЦЕЛЬ И ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ

Цель настоящего документа заключается в том, чтобы проиллюстрировать на подробном примере, наиболее важные аспекты верификации и валидации, представленные в рамочном документе Комитета, Руководство по верификации и валидации в вычислительной механике твердых тел (V&V 10). В V&V 10 намеренно были опущены примеры, так как его целью было обеспечить «общий язык, концептуальную основу и общее руководство по реализации процесса вычислительной модели верификации и валидации» в уже объемном согласованном документе на 27 страниц. Настоящий документ является первым в серии более подробных и практических дополнений, с помощью которых Комитет планирует постепенно восполнить пробел между V&V 10 и набором рекомендованных практик.

Чтобы обратиться к широкому кругу знаний о механике, была выбрана задача с консольной балкой для иллюстрации следующих аспектов верификации и валидации. Цифры в скобках представляют собой ссылки на разделы и пункты в V&V 10 следующим образом:

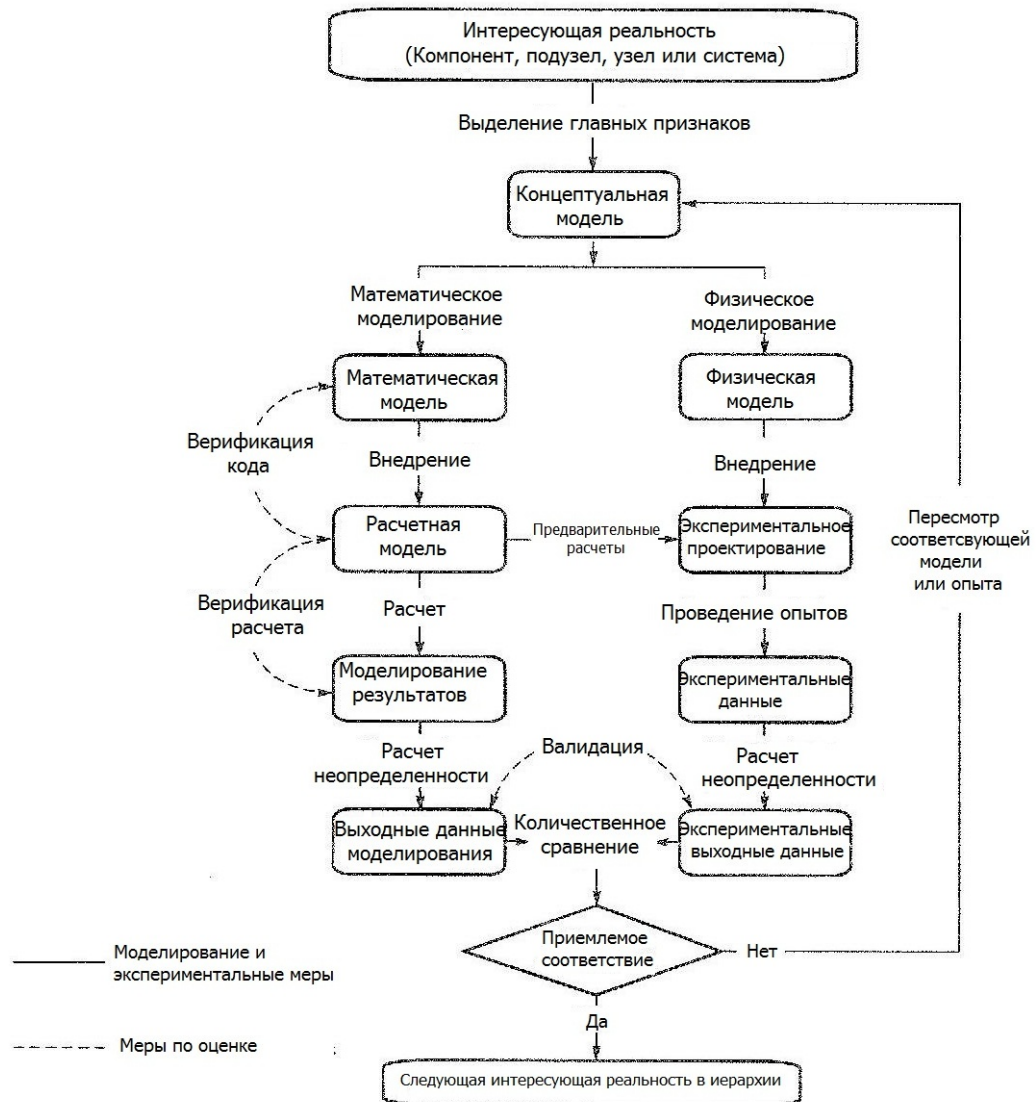
- (а) план проведения валидации (п. 2.6)
- (1) тестирование валидации (п. 2.6.1)
- (2) выбор возможностей отклика (п. 2.6.2)
- (3) требования к точности (п. 2.6.3)
- (б) разработка моделирования (раздел 3)
- (1) концептуальная модель предполагаемого использования (п. 3.1)
- (2) математическая модель (п. 3.2)
- (3) вычислительная модель (п. 3.3.)
- (в) верификация (раздел 4)
- (1) код верификации: сравнения с использованием аналитического решения (п. 4.1)
- (2) верификация расчета: сетка сходимости (п. 4.2)
- (г) оценка параметров (п. 3.4.1)
- (д) валидация (раздел 5)
- (1) проверочные эксперименты (п. 5.1 и 5.2)
- (2) сравнение экспериментальных результатов и прогнозирования модели (п. 5.3)
- (3) решение адекватности модели (п. 5.3.2)
- (е) неопределенность количественная (п. 5.2)
- (ж) документация (п. 2.7, 4.3, и 5.4)

4. ПРЕДПОСЫЛКИ

Верификация и валидация необходима для обеспечения уверенности, что результаты вычислительных моделей, используемых для решения сложных задач являются достаточно точными и действительно способны решать поставленные задачи. Концептуальные аспекты верификации и валидации подробно описаны в V&V 10. Верификация и валидация используется все чаще для признания того, что уверенность во все более сложном моделировании может быть установлена только посредством официального стандартизированного процесса.

Верификация и валидация включает в себя деятельность по оценке, которая выполняется в процессе создания и применения вычислительных моделей для решения технических вопросов о производительности физических систем. Весь процесс в целом представлен на Рис. 1, который взят из V&V 10. Настоящий документ излагает и предоставляет примеры большей части мероприятий на рисунке в виде презентации, необремененной сложностями, свойственными для реальной физической системы и связанной с ней математической модели.

Рис. 1 Меры по верификации и валидации и их результаты



Общее примечание: Данный рисунок также представлен как Рис. 4 в V&V 10 [1]

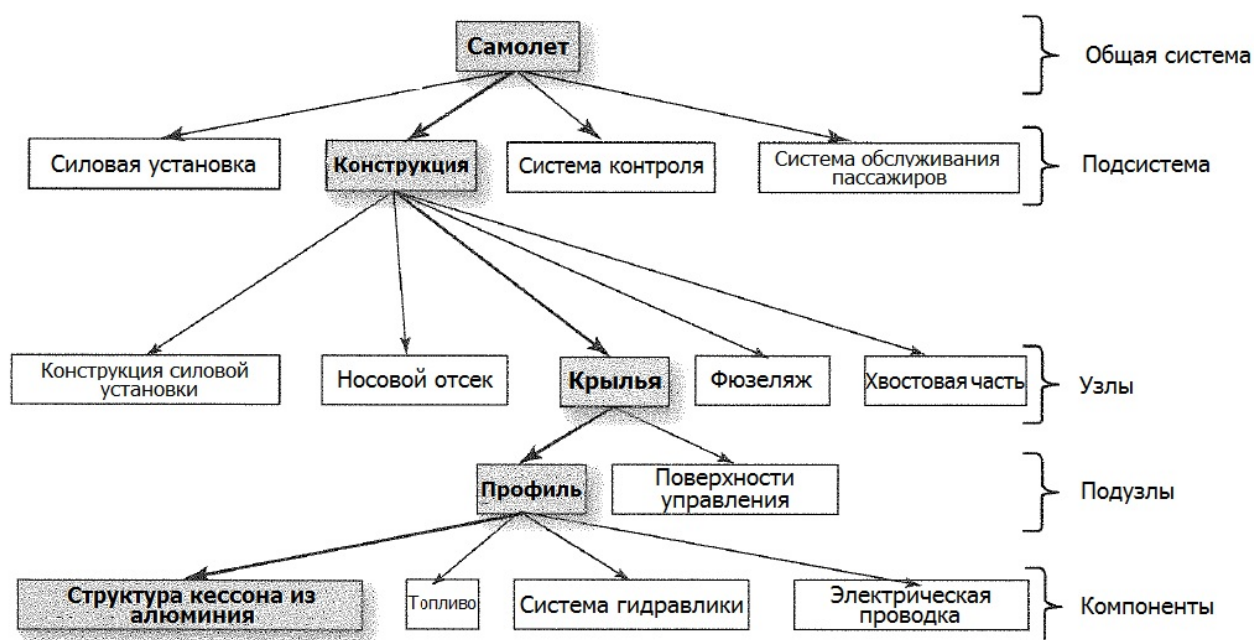
4.1 Верификация

Верификация определяется как процесс определения, что вычислительная модель точно отображает основополагающие математические уравнения и их решение. Верификация имеет два аспекта: верификация *кода* и верификация *расчета*. Верификация кода определяется как процесс обеспечения, что в программировании не содержится ошибок, и что численные алгоритмы решения дискретных уравнений дают точные решения относительно истинных решений основных уравнений. Кроме того, верификации числового кода — изображенная здесь посредством анализа конвергенции — верификация кода также включает формальные процессы разработки качества программного обеспечения (SQE); разработка качества программного обеспечения не будет рассмотрена в настоящем стандарте. Верификация расчета определяется как процесс определения точности решения конкретного расчета. Верификация численного кода, и расчета будут продемонстрированы с применением кода элемента простой балки последовательно к моделям балок под статической нагрузкой с более измельченной сеткой.

4.2 Валидация

Валидация определяется как процесс определения степени, в которой вычислительная модель точным представлением реальной картины мира с точки зрения предполагаемого использования модели. Одним из шагов в процессе валидации является сопоставление результатов, спрогнозированных моделью с соответствующим количеством наблюдаемых опытов валидации, так чтобы была получена оценка точности модели. Ряд возможных мероприятий по валидации будет упоминаться в отношении простого примера с балкой.

Рис. 2 Схема валидации крыла самолета



Важным первым шагом в процессе разработки модели является определение того, что подлежит прогнозированию, и насколько точным должен быть прогноз. Эти данные, в свою очередь, зависят от конструктивных требований системы и от возможных последствий отказа системы или подсистемы, а также от стоимости проекта и требований графика. Пример валидации используемый в данном документе определяется требованиями заказчика для точного прогнозирования прогиба на конце крыла самолета. Для примера, однако, мы будем рассматривать только валидацию вычислительной модели для упрощенной лабораторной структуры, связанной с крылом самолета.

После определения верхнего уровня интересующей реальности в виде крыла целого самолета, команда разработчиков модель может перейти к построению иерархии валидации. Пример такой иерархии приведен на рис. 2. Иерархия валидации начинается в виде разложения физической системы сверху вниз на ее подсистемы, узлы, подузлы и компоненты. Снизу вверх иерархию можно рассматривать как последовательность конкретных и действующих моделей, представляющих различные факты, представляющие интерес, ведущие к одному, в конечном счете, который подлежит моделированию.

Тщательное построение иерархии валидации имеет первостепенное значение, так как оно определяет различные проблемные характеристики, чтобы быть захвачен различных элементов в иерархии, он инкапсулирует соединение и взаимодействие между различными элементами в иерархии, и это говорит о том эксперименты валидации, которые должны выполняться для каждого элемента. Каждый элемент в иерархии требует модель, проверка которых дает оценку степени ее точности и доказательства ее адекватности для использования в полной модели системы. Компонент модель с надписью «Структура алюминиевой коробки» на Рис. 2 представляет собой коническую консольной балки обсуждается с этого момента. Модель консольная балка представляет один конкретный реальность интереса к общей программы валидации крыла самолета.

Если экспериментальные данные не могут или не будут получены на некотором более высоком уровне, то оценка точности модели не может быть, выполнена на этом уровне. В результате прогнозирование должно быть выполнено для более высокого уровня с использованием общей концепции экстраполяции модели для условий предполагаемого использования на более высоком уровне. Для этой ситуации оценка общей неопределенности в прогнозировании должна быть произведена для интересующих величин отклика системы. Общая неопределенность на более высоком уровне представляет собой сочетание следующих факторов:

(а) неопределенности в модели и экспериментальных данных на уровне, где доступны экспериментальные данные

(б) неопределенности в моделировании соединения между моделями, происходящими на более высоком уровне

(в) неопределенности в экстраполяции на более высоком уровне модели вместе со всеми входными данными модели

4.3 Документация

По завершении попытки верификации и валидации, самым решающим заключением этой попытки, которое сохранится является документация по верификации и валидации. Учитывая значительные ресурсы, как правило, необходимые для любой попытки верификации и валидации, отказ от документирования попытки или не достаточно полное документирование приведет к растрате будущей пользы затрачиваемых ресурсов.

Так же, как процесс верификации и валидации выходит за рамки простого проведения расчетов в попытке установить достоверность результатов, так и документация процесса верификации и валидации должна выйти за рамки простого предоставления количественных результатов. Таким образом, для документации

верификации и валидации не достаточно обеспечивать только физические уравнения и таблицы чисел, которые обобщают набор сложных моделирования. Скорее, суть документации верификации и валидации заключается в разработке обоснования для выбранных физических уравнений, списка предположений, определения показателей, объяснения взаимосвязи между численными и экспериментальными результатами, а также каталог неопределенности. Например, объяснение обоснования выбора определенной учредительной модели будет иметь большее будущее значение, чем простого перечисления материальных параметров модели. Читатель документации верификации и валидации захочет знать ответы на вопросы «почему» так же, как количественные результаты.

Область применения и степень детализации документации верификации и валидации будет зависеть от возможных последствий предполагаемого использования модели, и в стандартных внутренних проектах, вероятно, потребует довольно краткой и простой документации. На другом конце спектра, гораздо более подробная документация будет необходимо для высококачественного предсказаний следствием модели или, например, когда результаты будут представлены регулирующим органам на утверждение, чтобы продолжить с новыми конструкций или изделий.

Чтобы соответствовать требованиям, документация верификации и валидации должна вестись с начала попытки документирования Плана верификации и валидации (раздел 5) и пройти через все этапы попытки верификации и валидации, регистрируя не только успехи, но и неудачи; неудачи часто являются лучшим уроком, чем успехи.

Документация верификации и валидации должна соответствовать имеющейся местной и официальное руководство, связанной с предполагаемым использованием модели и областью применения. Например, MIL-STD-3022 [2] имеет шаблоны для Плана верификации и валидации и Отчет по верификации и валидации для моделирования в рамках деятельности Министерства обороны.

5. ПЛАН ВЕРИФИКАЦИИ И ВАЛИДАЦИИ

План верификации и валидации представляет собой документ, описывающий, как будет проводиться процесс верификации и валидации. Он подготовлен после того, как была определена иерархия валидации, но до того, как многие детали модели или испытаний были доработаны. Это в первую очередь обусловлено требованиями заказчика, но должен отражать мнения всех заинтересованных сторон — лиц, принимающих решения, аналитиков и лиц, проводящих испытания, — относительно того, что попытка моделирования должна достигнуть и — в ограниченной степени — каким образом это должно быть достигнуто.

Отправной точкой для плана верификации и валидации является описание заказчика из верхнего уровня реальности интерес и за целевым использованием модели. Далее, с уровнем участия заказчика, которая зависит от моделирования или тестирования опыта заказчика, иерархия проверки должны быть разработаны в качестве примера на рис. 2. Ключевыми элементами в Плана верификации и валидации являются:

- (а) описание верхнего уровня реальности интерес
- (б) заявление о намерениях использования модели верхнего уровня
- (в) иерархия проверки, в том числе описания всех нижних реалий уровень интереса и использования по назначению
- (г) для каждого элемента в иерархии, следующее:
 - (1) выбор возможностей отклика [т.е. величины отклика системы (SRQ)], подлежащей измерению, вычисляется, и сравнивается
 - (2) заявление требованиям по проверке, в том числе (если применимо) разработки программного обеспечения методов и итерационных или пространственных проверок конвергенции
 - (3) метрики, которые будут использоваться для сравнения вычисленных результатами с экспериментальными измерений
 - (4) требования к точности модели (т.е. диапазоны метрик, для которых моделирование будет считаться адекватным для использования по назначению)
 - (5) рекомендуется направления действий, если требования к точности модель не удовлетворены
 - (6) перечень экспериментов валидации должны быть выполнены
 - (7) расчетная стоимость и график
 - (8) программные предположения и ограничения (например, предположения о возможности проведения отдельных видов экспериментов, или решения использовать ранее утвержденные подмодели или имеющиеся экспериментальные данные)

Все эти пункты, кроме двух последних будут кратко рассмотрены в ближайшие несколько подразделов в контексте выбранного примера. Более подробная информация о величине отклика системы, метрики валидации, и требований к точности проверки будут представлены в разделах 8 и 9.

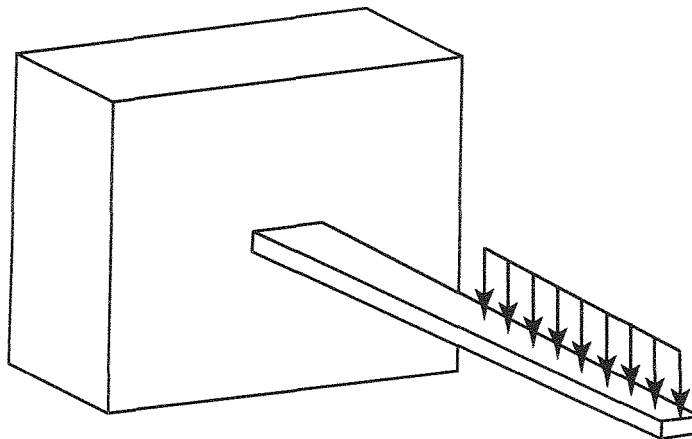
5.1 Интересующая реальность, предполагаемое использование и характеристики отклика

Как показано на Рис. 2, интересующая реальность на уровне сборки представляет собой крыло самолета. Однако коллективный опыт Комитета показал, что неспособность валидации модели на более низких уровнях иерархии валидации зачастую является причиной для последующих ошибок валидации модели на более высоких уровнях иерархии. Таким образом, среди различных компонентов низшего уровня, показанных на рис. 2, было принято решение проверить отклик «структуры алюминиевой коробки». Это нынешняя интересующая реальность иллюстрации. В частности, структура, подлежащая рассмотрению, схематически показана на рис. 3, представляет собой полую, коническую, консольную балку под статической нагрузкой в лабораторных условиях.

Предполагаемое использование модели, в контексте этого простого примера, является продемонстрировать свою компетентность при моделировании компонента низкого уровня. Если валидация модели из компонентов низкого уровня не может быть проведена успешно, не стоит надеяться на движение вверх по иерархии для проверки более сложных сборочных узлов.

Интересующие величины отклика системы представляют собой поперечный прогиб балки на конце. В общем, рекомендуется рассматривать множество величин отклика системы, чтобы повышению достоверность в модели в целом; однако, для краткости здесь рассматривается лишь прогиб балки на конце.

Рис. 3 Схематическое изображение полый конической консольной балки



Для запланированных испытаний конические балки должны быть закреплены широким концом в жесткую арматуру, близкую к «закрепленному концу» или консольному граничному условию. Балки должны быть закреплены непрерывно по внешней половине длины.

Во время планирования испытаний было признано, что граничное условие «закрепленного конца» может приближено только в лаборатории. Таким образом, при разработке модели поступательное ограничение на границе может считаться закрепленным, однако ограничение вращения может считаться линейно изменяющимся в зависимости от величины моментного отклика.

Кроме того, предполагается, что разрабатываемая модель балки, имеет незначительную деформацию сдвига, которая не учитывается в математической модели. Для предписанной величины нагрузки прогиб балки будет мал по сравнению с глубиной балки, таким образом, будет использоваться теория малого перемещения, и предполагается, что материал балки будет линейно упругим.

Эти предположения переходят прямо в концептуальную модель физической структуры, которая будет определена точнее в п. 6.1, и которая направляет разработку испытаний по валидации и определение математической модели.

5.2 Требования верификации

В данном примере будут выполнены и код, и расчет верификации. Требования к верификации кода следующие:

(а) Она проводится с использованием тех же величин отклика системы, которое будет измерено и использоваться для валидации.

(б) Она показывает, что численный алгоритм сходится к правильному решению задачи тесно связанного с интересующей реальностью при измельчении сетки. Это может быть трудно или нецелесообразно во многих случаях, но без этого, данный код не может быть верифицирован.

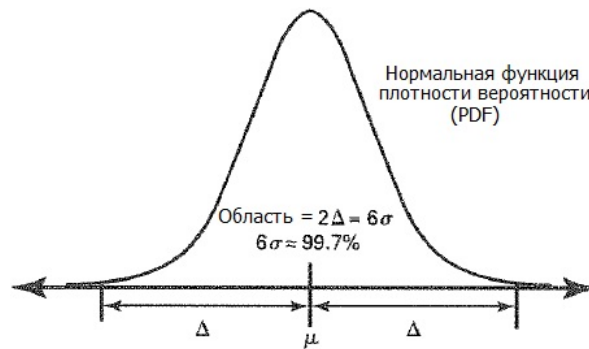
(с) Это показывает, что алгоритм сходится при ожидаемой скорости.

Требование расчета верификации в целом заключается в том, чтобы продемонстрировать, что численная ошибка (вследствие неполного пространственной или повторяющейся конвергентности) в величинах отклика системы, представляющих интерес, является небольшой частью требования проверки. В данном примере, требование валидации составляет 10%, а численная ошибка не должна превышать 2% (то есть, 0,2%).

5.3 Подходы валидации, показатели и требования

В настоящем стандарте продемонстрированы два разных *подхода* валидации. Они отличаются в основном источником информации, используемым для количественной оценки неопределенности в расчетных и измеренных значениях величины отклика системы (SRQ). В плане V&V должно быть указано, какой подход должен быть выбран. В плане также должен быть определен показатель, который включает неопределенности таким образом, что обеспечивает единую меру относительной разности между результатами моделирования и испытаниями по валидации. Он также должен указать требования валидации, представляющие максимально допустимую разность между моделированием и испытанием с точки зрения выбранного показателя. Измеренные результаты испытания валидации образуют референтное значение, с которым сравниваются расчетные прогнозы модели (с помощью показателя) для оценки точности расчетной модели. После выполнения испытаний и расчетов, показатель вычисляется и сравнивается с требованием, чтобы определить, прошла ли модель валидацию.

Рис. 4 Оценка функции плотности вероятности на основе оценки неопределенности, Δ



Показатель, который будет использоваться, определяется таким образом, что требование валидации может свободно рассматриваться как максимально допустимая процентная разность между расчетом и испытанием. Требования к валидации должны быть разработаны на основе потребностей и целей предполагаемого применения. Некоторые аспекты определения требований к валидации включают следующие:

- (а) прогностическая точность расчетной модели на основе требований заказчика
- (б) ограничения на основе получения опытных измерений вследствие диагностических возможностей датчиков, графика проекта, экспериментальных установок и финансовых ресурсов
- (в) текущая точка в цикле конструкторских разработок от концептуального проектирования до окончательного проектирования
- (г) последствия инженерной системы, которые не соответствуют производительности, требованиям надежности и безопасности

Подход валидации 1 является возможным подходом, когда доступны только один опыт и одно моделирование. В этом случае должны оцениваться неопределенности, связанные с отдельными значениями величины отклика системы (SRQ). В частности, экспертов по конкретным вопросам должны быть определены для обоих экспериментов и моделирования. Они могут или не могут быть экспериментатор и модельер в текущей оценке. На основании своего прошлого опыта в соответствующей работе, каждый просит оценить симметричный интервал, в течение которого все практические результаты, как ожидается, лежат. Полуширина, Δ , интервала показана на Рис. 4. Для удобства и простоты в связи с отсутствием данных, Δ , берется в качестве основы для построения Гаусса (нормальное) распределение неопределенности. В подходе валидации 1, измеренное или рассчитанное значение величины отклика системы (SRQ) считается среднее (μ) распределения, а расчетная полуширина, интерпретируется равным трех стандартных отклонений (3σ). Как показано на рис. 4, общий диапазон, обеспечиваемый Δ , охватывает 99,7% вероятности. Стандартное отклонение, σ , легко вычисляется из данного Δ .

Подход валидации 2 похож на подход 1, за исключением того, что неопределенность в экспериментальных исходных данных вычисляется посредством повторных испытаний¹ (¹при построении и анализе этого иллюстративного примера, не проводились физические эксперименты. Любые ссылки в настоящем документе на конкретное испытание, измерение, опыт или результат эксперимента были вымышлены для наглядности), и неопределенность в исходных данных моделирования количественно через вероятностного анализа с неопределенными входными параметрами моделей, которые получены из различных видов повторных испытаний. Полученные функции плотности вероятности (PDF), таким образом, не обязательно являются гауссовскими или даже симметричными.

Эти два подхода валидации условно показаны на Рис. 5.

В данном примере показатель, используемый в подходе валидации основан на площади между измеренными и рассчитанными функциями распределения величины отклика системы (SRQ) (интегральные функции распределения (CDF); CDF является интегралом PDF). Этот показатель, иногда называемый «областью» показателя, приведен на Рис. 6. и более подробно описан ниже.

Показатель площади M^{SRQ} является областью между испытанием и моделью интегральной функции распределения (CDF) [3], нормированная абсолютным средним значением экспериментальных результатов. Таким образом, если $F_{SRQ}(y)$ является CDF либо прогнозированной моделью или измеренной значением SRQ, то

$$M^{SRQ} = \frac{1}{|\overline{SRQ}^{exp}|} \int_{-\infty}^{\infty} |F_{SRQ^{mod}(y)} - F_{SRQ^{exp}(y)}| dy \quad (1)$$

где \overline{SRQ}^{exp} — средние экспериментальные результаты.

Этот показатель неотрицателен и исчезает лишь если две интегральные функции распределения (CDF) идентичны. Чтобы понять, что представляет показатель, можно показать, что в частном случае, когда две интегральные функции распределения (CDF) не пересекаются, интеграл в уравнении (1) является абсолютным значением разницы между средними значениями, и в целом, это нижняя граница среднего значения абсолютной

величины разности между SRQ^{mod} и SRQ^{exp} [4]. В детерминированном случае, когда две интегральные функции распределения (CDF) являются ступенчатые функции, область просто абсолютная величина разности между двумя уникальными значениями.

Для обоих подходов валидации в данном примере устанавливается следующее требование валидации:

$$M^{SRQ} < 0,1 \quad (2)$$

Очевидно, удовлетворение конкретного требования валидации является желаемым результатом оценки валидации. Тем не менее, план V&V должен включать рекомендованный курс действий на случай если требование валидации не выполняется. Такие планы действий в чрезвычайных случаях могут включать улучшение модели, улучшение экспериментов валидации, лучшую количественную оценку неопределенностей, смягчение требований, или их сочетание. Выбор, каким курсом следовать, зависит от интересующего применения, последствий неудачи для валидации и имеющихся ресурсов.

Рис. 5 Два подхода валидации

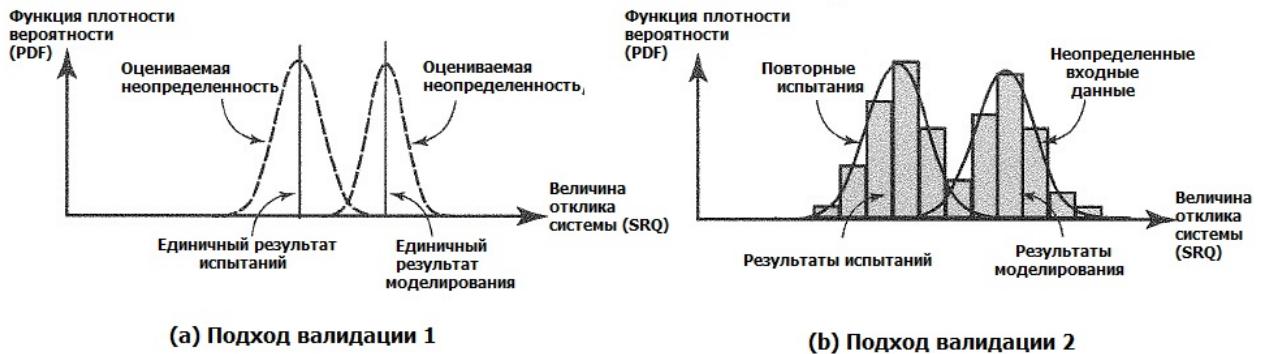


Рис. 6 Иллюстрация основы области метрики



Показатель, который мы определили, нормируется средним значением экспериментальных результатов. Это в отличие от некоторых других процедур оценки валидации, которые предлагают использовать показатель, нормированный с помощью стандартного образца отклонения измеренной величины отклика системы, или, что равнозначно, требующих абсолютной ошибки в пределах некоторого заданного числа стандартных отклонений измерений. Это не рекомендуется, поскольку это путает два несвязанных вопроса:

- неопределенность в экспериментальных измерениях
- прогностическая точность, требуемая от модели для интересующего применения.

Например, можно было иметь большую экспериментальную неопределенность, которая способствует тому, чтобы результаты модели находились в пределах двух стандартных отклонений в измерениях. Иными словами, требования к точности модели должны *независимо* устанавливаться, насколько хорошо модель воспроизводит особенности экспериментально измеренного отклика. Эти требования определяются такими факторами, как инженерное проектирование и требованиями к производительности системы и не источником неопределенности измерений или воздействием неопределенности входного параметра на отклики системы.

6. РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ

В данном разделе рассматривается применение общих понятий моделирования к различным этапам разработки модели с особым вниманием к самому низкому уровню иерархии, к которому относится рассматриваемый пример.

6.1 Концептуальная модель

Концептуальная модель представляет собой исходный продукт процесса абстрагирования интересующей реальности. Она включает в себя набор предположений, который позволяет построить как математическую модель, так и определения требований валидации. Как показано на Рис. 1, концептуальная модель необходима для каждого элемента иерархии, показанной на Рис. 2. Концептуальная модель должна быть разработана с четким представлением об интересующей реальности, предполагаемым использованием модели, интересующих особенностях отклика, и требования к точности валидации. Все эти предметы определены в Плане V&V. Концептуальная модель должна учитывать физические процессы, геометрические характеристики, влияние окружения (например, нагрузку) и неопределенности в каждом из них.

Рассматриваемый пример задачи касается квазистатической деформации встроенной, конической, упругой балки, наодевающей под воздействием статической нагрузки. При деформации балки предполагается, что плоское сечение будут оставаться плоским и нормальным до середины поверхности балки (т.е. применяется теория балки Бернулли-Эйлера). Предполагается, что структура балки и нагрузка симметричны, так что деформация кручения отсутствует. Деформация сдвига не учитывается. Предполагается, что свойства материалов изотропны, однородны и линейно упруги. Прогобы балки достаточно незначительны, чтобы геометрической нелинейностью можно было пренебречь.

Несмотря на то, что физические реализации любой системы будут варьироваться произвольно, предполагается, что изменение большинства величин, характеризующих систему, в этом иллюстративном примере, будет незначительно и им можно пренебречь. Два исключения в данном примере представляют вращательная жесткость на стенке и модуль упругости алюминия. Переменность в этих двух параметрах не может быть устранена или строго контролироваться в опытах валидации, поэтому в валидации подход 2 заключается в измерении изменчивости (от отдельных характеризующих испытаний), а затем включает эту изменчивость в вероятностной модели. Кроме того, предполагается, что эти два параметра являются независимыми друг от друга. Вышеизложенные предположения о концептуальной модели обеспечивают основу, на которой строится математическая модель. Тот факт, что ни один из них не будет выполнен точно в опыте валидации, и что многие будут изменяться от одного повторения опыта к другому, предполагает, почему прогнозы модели, особенно детерминированной модели, могут не совпадать экспериментально результаты измерений.

Таким образом, основные допущения, которые будут использоваться в разработке модели балки следующим образом:

- (а) Материалы балки однородны, изотропны и линейно упруги.
- (б) Балка подвергается незначительному прогибу.
- (в) Прогобы балки регулируются в соответствии со статической теорией балок Бернулли-Эйлера.
- (г) Балка и ее граничные условия совершенно симметричны от одной стороны до другой, и все нагрузки применяются симметрично; следовательно, прогибы балки происходят в одной плоскости.
- (д) Граничная связь балки закреплена и сдерживается от вращения с помощью пружины линейного вращения.

6.2 Математическая модель

Математическая модель использует информацию из концептуальной модели, в том числе идеализацию предположения относительно поведения балки, для получения уравнений, определяющие поведение конструкции. Для балки, рассматриваемой здесь перечисленные предположения при определении концептуальной модели в п. 6.1 в совокупности дают соотношения статической теории балок Бернулли-Эйлера:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \left(EI(x) \frac{d^2}{dx^2} w(x) \right) &= q(x), 0 \leq x \leq L, \\ w(0) = \frac{dw}{dx} \Big|_{x=0} &= f_r EI(0) \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{x=0}, \left[EI(x) \frac{d^2}{dx^2} w(x) \right]_{x=L} = 0, \\ \frac{d}{dx} \left[EI(x) \frac{d^2}{dx^2} w(x) \right]_{x=L} &= 0, \\ I(x) &= \frac{1}{12} \left\{ b_0 \left(1 - \alpha \frac{x}{L} \right) h^3 - \left[b_0 \left(1 - \alpha \frac{x}{L} \right) - 2t \right] [h - 2t]^3 \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

где

b_0 — ширина у опоры

E — модуль упругости материала балки

f_r — гибкость пружины линейного вращения, сдерживающей балку на ее закрепленном конце

h — глубина балки

$I(x)$ — момент площади инерции балки

L — длина балки

$q(x)$ — распределенная нагрузка в направлении y

t — толщина стенки

$w(x)$ — прогиб балки в направлении, перпендикулярном к недеформированным осевой

x — измеренных от поддерживаемого конечного

α — фактор конуса 1-(ширина конца) / (ширина основания)

Граничные условия на опорном конце представляют предположение о нулевой перевод и линейного вращения весенного ограничения. На свободном конце балки есть условия нулевой момент и сдвига. В некоторых случаях уравнение (3) может быть легко решена в замкнутой форме, но когда момент площадь инерции изменяется по длине, численное решение, как правило, стремились.

Разработка математических моделей в сегодняшних преобразований вычислительных механики деформируемого твердого тела, как правило, не включает в себя явно писать дифференциальные уравнения. Вместо этого вычислительная модель построена непосредственно из концептуальной модели с помощью выбора типов элементов, материальных моделей, граничных условий и связанных с ними возможностей. Это не означает, дифференциальные уравнения исключить из процесса моделирования; скорее, дифференциальные уравнения описаны в пользовательском или теории руководству по программному обеспечению (например, в описаниях различных типов элементов балки и вариантов). В этом случае, настоятельно рекомендуется, что аналитик рассмотреть эти модели, уравнения и предположения (учитывая параметры, выбранные в коде), чтобы убедиться, что они согласуются с предполагаемым использованием модели. Без тщательного рассмотрения этих уравнений, ошибка или непоследовательность в математическом моделировании может легко произойти.

6.3 Расчетная модель

Расчетная модель обеспечивает численное решение математической модели, и, как правило, делает это в рамках компьютерной программы. Диапазон дискретизации приближается (например, конечных элементов, конечных разностей) и варианты в пределах каждого подхода в коммерческом программном обеспечении зачастую весьма глубок. Аналитик должен найти баланс между представляющий физику требуемую концептуальной модели и вычислительных ресурсов, необходимых полученной расчетной модели. Например, варианты наподобие конечных элементов для математической / расчетной модели для аэродинамического профиля алюминиевой оболочки будет включать следующее:

- (а) сплошные элементы: использование твердых элементов по толщине алюминиевой оболочки
- (б) элементы оболочки: плоского напряженного предположение по толщине оболочки
- (с) пластины элементы: такие же, как элемента оболочки, но опускать кривизны поверхности
- (д) полые сечения балочные элементы: штампы, как предполагается, в первую очередь осевые и крутильные
- (е) с закрытыми раздел балочные элементы: эквивалентные постоянные поперечного сечения свойствами твердого разделе

(е) элементы единый замкнутый сечение балки: средние свойства поперечное сечение по длине

В данном примере используется компьютерный код для решения прогибов балки и вращения специально написаны для этого примера приложения. Он может быть использован только для анализа структуры балки. Это конечная программный элемент используя элементы Бернулли-Эйлера пучка с постоянным сечением. Если сам элемент загружается любой комбинацией однородного распределены нагрузки, поперечных концевых сил, и пар на концах, то относительные смещения и вращения на концах точны в контексте теории Бернулли-Эйлера балки. С другой стороны, при использовании для моделирования конический балки, эти относительные деформации являются приблизительными.

Балка рассматривается здесь схематически показана на Рис. 3 Длина балки составляет 2 м, глубиной 0,05 м, ширина линейно от 0,20 м варьируется в поддерживаемом конце до 0,10 м на свободном конце, а толщина стенки 0,005 м. Материал алюминий, с модулем упругости 69,1 ГПа. Равномерно распределенная нагрузка 500 Н · м применяется в вертикальном направлении вниз на внешнюю половину балки.

7. ВЕРИФИКАЦИЯ

Верификация *кода* стремится обеспечить? что не содержит ошибок программирования и, что код дает точность ожидаемого численных алгоритмов, используемых для аппроксимации решений основополагающих дифференциальных уравнений. Это в отличие от *расчета* верификации, которая занимается оценкой погрешности дискретизации в численном решении конкретной задачи, представляющей интерес. Различие тонкое, но важное, поскольку верификация кода требует независимого, очень точного эталонный решения и может (и, как правило, будет) решать задачу, которая отличается от интересующей задачи.

Важно в верификации кода, что все части кода, имеющие отношение к рассматриваемой задаче, осуществляются в полной мере, чтобы гарантировать, что они не содержат ошибок. Это осуществляется путем сравнения численных результатов с аналитическими решениями, и в процессе, подтвердив, что численное решение сходится к точному, по ожидаемой ставке как сетка уточняется.

В корне как код и расчетной верификации является понятие порядка точности численного алгоритма. Под измельчения h (изменения размера элемента, в отличие от измельчения p или изменения алгебраического порядка интерполяции функций), она определяется как показатель p в разложении в степенной ряд:

$$w_{exact} = w_h + Ah^p + H.O.T. \text{ тогда как } h \rightarrow 0 \quad (4)$$

где

A — постоянная
 $H.O.T.$ — члены высшего порядка, которые стремятся к нулю быстрее, чем члены низшего порядка (второй член справа), как h стремится к нулю
 h — размер сетки
 w_{exact} — точное решение
 w_h — численное решение на сетке размером h

В следующих расчетах предполагается достаточно небольшой размер сетки, чтобы $H.O.T.$ были незначительны по сравнению с самым низким членом ошибки порядка [5]. Когда это так, численное решение, должно находиться в *асимптотическом режиме конвергенции*.

Наблюдаемый порядок точности является величиной p , полученной из уравнения (4), когда оно применяется, как описано ниже, чтобы два или три численных решений в различных разрешениях сетки. *Теоретический* порядок точности представляет собой величину p , полученную из математического анализа алгоритма. Согласно уравнению (4), наклон в логарифмическом масштабе абсолютного значения численной ошибки $w_h - w_{exact}$, в зависимости от размера сетки будет иметь тенденцию к p размер сетки стремится к нулю.

Поскольку в линейном размер сетки обратно пропорционален количеству элементов, наклон графика ошибки в зависимости от числа элементов будет стремиться к p по мере увеличения числа элементов, как будет показано в п. 7.1.

7.1 Верификация кода

Иногда происходит аналитическое решение главной задачи, представляющей интерес, а именно, коническая консоль, нагруженная по более половины длины. Хотя было бы заманчиво использовать ее для верификации кода и расчета, мы не будем этого делать, поскольку в целом такое решение будет недоступным. (Если бы оно существовало, то не было бы никаких оснований для проведения численного решения в первую очередь.) Поэтому в этом примере, верификация численного код будет выполняться на несколько иной задаче, а именно, та же коническая консольная балка, но с равномерной нагрузкой *по всей ее длине*.

Ключевые моменты здесь следующие:

(а) Несмотря на различия, эта задача тесно связана с задачей, представляющей интерес, так как в целом она должен служить в качестве опорного решения для верифицируемого кода.

(б) задача имеет точное аналитическое решение.

Прогибы на конце в различных измельчениях сетки будут сравниваться с этим аналитическим решением, что приводит к оценкам наблюдаемого порядка точности на основе уравнения (4). Это затем будет сравниваться с теоретическим порядком точности.

Таблица 1 Нормализованные прогибы

Количество элементов	$El_0 w / qL^4$	
	Первоначально е Кодирование	Итоговые значения
2	0.13281250	0.14642858
4	0.13549805	0.14172980
8	0.13769015	0.14057124
16	0.13890418	0.14028238
32	0.13953705	0.14021021
64	0.13985962	0.14019217
128	0.14002239	0.14018766

Аналитическое решение линейно конической, равномерно нагруженной консольной балки было получена путем интегрирования уравнения. (3)₁ с q — постоянной. Полученное нормализованное поперечное смещение для пучка, что сужается линейно по ширине составляет:

$$\begin{aligned}
 \frac{EI_0}{qL^4} w(x) = \frac{1}{2\alpha} \left\{ \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 \left[\frac{x}{L} + \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{x}{L} \right) \ln \left(1 - \alpha \frac{x}{L} \right) \right] \right. \\
 \left. - \frac{1}{6} \left(\frac{x}{L} \right)^3 + \left(1 - \frac{1}{2\alpha} \right) \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \quad (5)$$

Коэффициент конической для решаемой задачи составляет 0,5, поэтому в уравнении (5) точное нормализованный прогиб на конце составляет $\frac{5}{6} - \ln(2) \approx 0,14018615$, что станет основой для сравнения верификации кода.

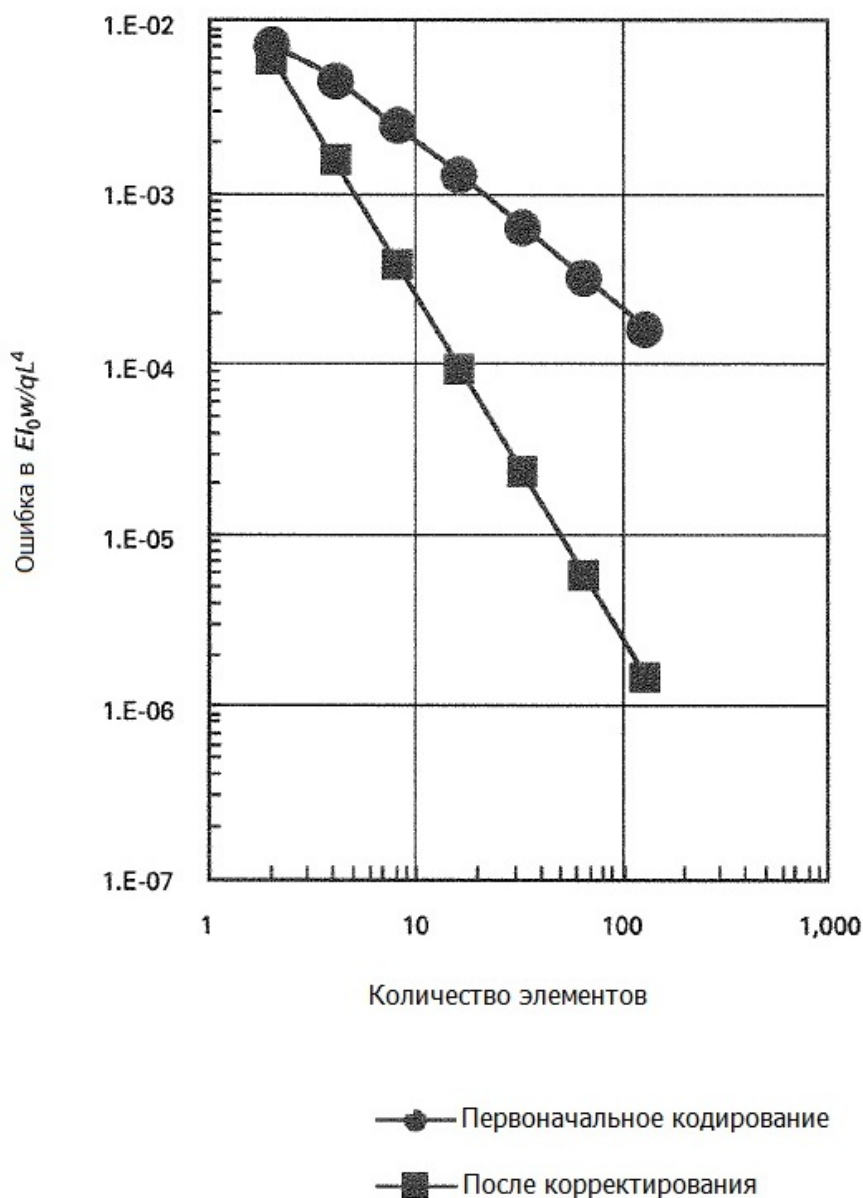
В таблице 1 приведены численно полученные нормированные прогибы на конце из двух различных наборов

расчетов. На рисунке 7 показаны абсолютные значения разностей между ними и точным значением. На основе подобных алгоритмов, которая используется здесь, теоретическая порядок точности как ожидается, будет 2; кроме того, можно показать, аналитически, что теоретический порядок точности численного алгоритма в применении к этой конкретной проблеме, на самом деле 2. Сначала рассмотрим результаты первоначального кодирования. Сюжет ошибка подразумевает, что результаты систематически сходящихся к точному решению, но даже без выполнения дальнейших расчетов, наклон линии указывает порядок точности гораздо ближе к 1, чем 2. На ранних стадиях развития этого примера, это были результаты расчетов. Неожиданно низкий наблюдаемый порядок точности предложен подробный обзор кодирования, и ошибка была найдена. После коррекции этой ошибки, был получен второй набор результатов. Теперь наблюдаемый порядок точности как указано наклона кривой ошибок Видно, что гораздо ближе к теоретическому значение 2 ошибка была непреднамеренной, и не мог обеспечить лучшую иллюстрацию стоимости численной проверки кода.

Теперь осталось, чтобы извлечь точную численную оценку для наблюдаемого порядка точности корректируемого численного решения. Это достигается путем вычисления логарифмического уклона между двумя последними точками на нижней линии на Рис. 7. Используя числа до 8 значащих цифр, как показано в таблице 1, в этом выходит, чтобы -1,995.

При использовании коммерческого или другое программное обеспечение «черный ящик», теоретический порядок точности p , как правило, не известен. В таком случае, пользователь может сравнить программное решение с соответствующим аналитическим решением и выполнять исследования по конвергенции сетки для получения наблюдаемого порядка точности, точно так, как это было сделано в предыдущих пунктах.

Рис. 7 Ошибки в нормализованных прогибах



ОБЩЕЕ ПРИМЕЧАНИЕ: обратите внимание на двойную логарифмическую шкалу.

7.2 Верификация расчета

Цель верификации расчета в данном примере состоит в оценке численной ошибки в прогибе на конце как функции дискретизации. В сочетании с независимо указанного требования в численной точности, это можно использовать, чтобы руководствоваться при выборе дискретизации при численном решении данной задачи.

Вращательная податливость не рассматривается в данном разделе, как это было бы излишне усложнять изложение. Кроме того, как в концептуальной и математической модели, вклад вращательной податливости к отклонению острия может быть просто добавлены в том, что за счет деформации балки. Поэтому решения, представленные здесь, для балки с ее опорой на конце прекрасно закреплена, чтобы противостоять поступательное и вращательное движение. На практике это своего рода упрощения должны быть тщательно проанализированы на каждом конкретном случае основе.

Приведем два тесно связанных метода оценки ошибки дискретизации. Первый использует три сетки; второй использует только два вида, но требует предполагаемое значение для порядка сходимости. Оба они основаны на *экстраполяции Ричардсона* [5], который теперь будет объяснено. Как и в предыдущем разделе, предполагается, что численное значение количества интерес связан с точным численным решением уравнением (4) с более высокого порядка пренебречь (т. е. численное решение является в асимптотическом режиме конвергенции). Если предположить, что w_h и h известны, уравнение (4), то содержит три неизвестных, w_{exact} , A , и p .

Экстраполяция Ричардсона представляет собой процесс вычисления w_{exact} с помощью уравнения (4). Первая версия, которую мы используем просто предполагает написание его три раза, используя три пары (w_h , h), основанные на трех численных решениях в различных разрешениях сетки. Это обеспечивает три независимых уравнения, которые могут быть решены для трех неизвестных. Чтобы быть точнее, запись уравнения (4) три раза, а затем устранить A и w_{exact} приводит к следующему:

$$\frac{w_2 - w_1}{w_3 - w_2} = \frac{h_1^p - h_2^p}{h_2^p - h_3^p} \quad (6)$$

где теперь показатели 1, 2, 3 относятся соответственно к наиболее точным, промежуточным и приблизительным численным решениям для интересующей величины отклика системы (SRQ). Это трансцендентное уравнение, которое может быть решено при p любым подходящим численным методом. Хотя, конечно, нет необходимости, в некоторых случаях может оказаться, что отношение измельчение сетки является постоянным (т. е., $h_2/h_1 = h_3/h_2 = r$), в случае чего уравнение (6) может быть решено в замкнутой форме, чтобы получить:

$$p = \ln \left(\frac{w_3 - w_2}{w_2 - w_1} \right) / \ln(r) \quad (7)$$

После того, как p определено, устранение A из двух более точных примеров сетки уравнения (4) приведет к уравнению:

$$w_{exact} = w_1 + \frac{w_1 - w_2}{(h_2/h_1)^p - 1} \quad (8)$$

Это значение w_{exact} представляет собой экстраполяцию Ричардсона на основе трех сеток. [Несмотря на то, что ни w_3 ни h_3 явно появляется в уравнении (8), они оба неявно влияют на p через уравнения (6) или (7)]. Уравнение (8) может быть легко изменено, чтобы обеспечить оценку численной ошибки в решении точной сетки w_1 путем ее перезаписи в следующем виде:

$$w_{exact} - w_1 = \frac{\varepsilon}{(h_2/h_1)^p - 1} w_1 \quad (9)$$

где

$$\varepsilon = (w_1 - w_2) / w_1$$

Для некоторых целей уравнения (9) все, что может быть необходимо — это оценить численную ошибку в решении точной сетки. Однако, чтобы стандартизировать отчетность численных оценок погрешности, Роуч [5] определил индекс конвергенции сетки (GCI), основанный на правой части уравнения (9), и это имело довольно широкое распространение в сообществе по вычислительной гидродинамик. Деление уравнения (9) на w_1 и умножение на коэффициент безопасности F_s (которые Роуч устанавливает как 1,25 для «исследований конвергенции с минимумом 3 сеток чтобы... продемонстрировать наблюдаемый порядок сходимости...»), получаем индекс конвергенции сетки (GCI):

Таблица 2. Численные решения для прогибов на конце

Номер сетки	Количество элементов	h , м	w , мм
3	4	0.5	13.098739
2	8	0.25	13.008367
1	12	0.16666667	12.991657
Заменитель точного решения	200	0.01	12.978342

$$GCI = F_s \frac{|\varepsilon|}{(h_2 / h_1)^p - 1} \quad (10)$$

Таким образом, GCI является безразмерной показатель для сетки ошибки сходимости по сравнению с точными зональными решениями. В частности, при умножении на точные зональные решения, он обеспечивает ширину полосы ошибок, с центром на этом решении, в течение которого точное решение, скорее всего, содержится. Его действия основывается на предположении, что численные решения, из которых p был определен, в асимптотической диапазоне конвергенции. С точки зрения ИГС, группа ошибка $w_1(1 \pm GCI)$. Уравнение (10) может использоваться для любого метода дискретизации с любым порядком пространственной сходимости. Единственное другое требование для уравнения (10) заключается в том, чтобы $h_1 < h_2$. Кроме того, рекомендуется, чтобы последовательное измельчение сетки превышало 1,3 (т. е., $h_2 / h_1 > 1,3$).

Причины обращения к интервалу на основе GCI как к *полосе*, а не *границе*, и применения коэффициента безопасности, те же: отсутствие гарантии, что конвергентное численное решение будет находиться в диапазоне, только высокую вероятность. Конвергентное решение может выходить за пределы полосы по различным причинам в основном, связанных с численными решениями, не будучи в асимптотическом режиме конвергенции [это означает, что члены высших порядков в уравнения (4) не были незначительны]. Веский аргумент, свидетельствующий, что численное решение является в асимптотическом режиме является то, что предполагаемые порядок сходимости близок к теоретическому.

Проведенный анализ теперь будет применяться к численным решений рассматриваемой задачи, которые перечислены в таблице 2.

Используя первые три из этих перемещений в уравнения (6) и решения для p урожайности $p = 2,00256154$.

Поскольку это так близко к теоретическому значению 2, решения оценивается как в асимптотическом режиме конвергенции. Из уравнения (10) с $F_s = 1,25$, у нас есть $GCI = 0,00128381$. Группа ошибка определяется этим GCI о решении точного зонирования составляет (12,9750, 13,0083) мм. Последняя строка в таблице 2 перечислены решение 200-зоны, которое мы считаем суррогата точного численного решения, и отмечаем, что он действительно попадают в GCI-определенного интервала.

Рекомендуемый метод оценки погрешности базируется на трех численным решениям, как описано выше. Если ресурсов недостаточно, чтобы разрешить три численным решениям, он по-прежнему можно оценить ошибку дискретизации на основе всего двух решений, хотя этот подход следует избегать, если это возможно. Когда только два решения, то вместо вычисления *наблюдаемый* порядок точности p , *теоретическое* значение должно использоваться. Это то, что Ричардсон сделал, когда он впервые предложил свою экстраполяцию, и, соответственно, двух-процесс сетка называют *стандартной* экстраполяции Ричардсона. Имея, таким образом выбрано значение для p , есть только два остальные неизвестные в уравнения. (4), и две доступные примеры ней снова совместить чтобы получить уравнения. (8). GCI может еще быть определен уравнением. (10), как и в случае трехсеточной, но теперь Роуч рекомендует большой запас прочности, а именно, $F_s = 3$, для учета большей неопределенности в порядка точности. Использование двух более мелких решений сетки для перемещения в уравнения. (10) при $p = 2$ и $F_s = 3$ дает двойную сетку $GCI = 0,003087$, больше, чем значение трехсеточной в этом случае почти точно отношение безопасности факторы 3 / 1,25. Естественно суррогатная точное решение еще падает в более широком диапазоне ошибки, определяемой двумя сетки GCI. Если вместо этого мы игнорировать решение 1 надлежит сетку 2 в качестве тонкой решения, и использовать сетки 2 и 3, двойная сетка GCI по $h > 2$ является 0,00694727, более чем в два раза, выполненный на базе тонких двух решений и выведенный ошибка полоса соответственно шире. В качестве последнего наблюдения на GCI, обратите внимание, что в соответствии с уравнением (10), с сеткой удвоения, второго порядка пространственного сближения, и фактор безопасности 3, двойная сетка GCI сводится просто к дробной ошибок $|\varepsilon|$.

Непосредственное применение этих результатов расчета верификации является оценка адекватности разрешения сетки, используемой при сравнении предсказаний структурной ответ на экспериментальных измерений. Как упоминалось в пункте. 5,2, в этом примере мы указываем, что по оценкам численные ошибки быть не более 2% от требований проверки на 10%, или 0,2%. Таким образом, GCI с тройной сеткой из 0.001284

или 0,1284% подразумевает численную ошибку в прогибе на конце, не превышающем 0,13% при использовании 12 элементов. Хотя это было бы приемлемо, для дополнительной безопасности 20 элементов длиной 0,100 м будут использоваться для прогнозирования валидации.

8. ПОДХОД ВАЛИДАЦИИ 1

Валидация Подход 1 считает случай, когда данные неопределенности не доступны, и предполагает подход, при котором экспертов по конкретным вопросам будут положиться, чтобы получить оценки ожидаемой неопределенности. Площадь метрика используется для оценки достоверности модели. Значение неизвестного параметра модели сначала приблизительно от одного специального теста, с последующим предсказанием модели, измерения отклика балки опыта валидации, и, наконец оценки проверки.

8.1 Получение результата модели

Численное моделирование требует значения для вращательной гибкости, f_r в заделке балки. Можно было бы предположить, что f_r пренебрежимо мала (т.е. вращательная жесткость бесконечно), однако инженерный опыт показал, что это будет неправильным предположением в большинстве случаев. Параметр f_r не может быть измерен непосредственно. Тем не менее, она может быть определена с помощью процедуры, которая объединяет экспериментальных измерений на специально построенном пучка и компьютерного моделирования этого балки. Эта процедура будет обсуждаться более подробно в разделе 9 Для валидации подхода 1, эта процедура, в применении к одной, специальной тестовой статьи, дали величину $f_r = 8,4 \times 10^{-7} \text{ rad/N} \cdot \text{m}$.

Все сведения, необходимые для создания конечных элементов модели балки теперь доступны. В частности, это включает:

- (а) геометрические и материальные характеристики балки, которые перечислены в п. 6.3.
- (б) указанная нагрузка (на внешней половине длины).
- (в) параметры, необходимые для характеристики граничных условий.
- (г) количество необходимых для демонстрации того, что численная ошибка в решении незначительна, как это определено в соответствии с процедурой расчета верификации в пункте конечных элементов. 7.2. Прогнозируемый моделью на конце составляет:

$$w^{\text{mod}} = -14,2 \text{ мм} \quad (11)$$

8.2 Экспериментальные данные

Для получения данных валидации, мы построим одну балку с размерами и ограничениями, перечисленными в п. 6.3. После построения балки она встраивается в стену. Балка оснащена с датчиком перемещения на конце для измерения прогиба. Измерительная система инициализируется для записи смещения по отношению к первоначальному, гравитационно деформированная конфигурация. Затем балка нагружают путем размещения нагрузки $500 \text{ N} \cdot \text{m}$ в правой половине балки. В результате прогиб на конце консоли записывается следующим образом:

$$w^{\text{exp}} = -15,0 \text{ мм} \quad (12)$$

8.3 Оценка валидации

Основными видами деятельности в области оценки валидации являются оценка точности модели по сравнению с экспериментальными данными валидации, и определение того, удовлетворено ли требование точности валидации. Кроме того, как правило, необходимо оценивать точность предсказаний модели для условий, где экспериментальные данные отсутствуют (то есть, там, где требуется экстраполяция модели). Последний вид деятельности, однако, рассматривается как выходит за рамки настоящего стандарта.

Как указано в п. 5.3, Подход валидации 1 определяет, что прогнозируемый моделью прогиб на конце балки находится в пределах 10% от соответствующих экспериментальных измерений, как измерено в метрике области. Опишем процедуру сравнения валидации подробно в следующих параграфах. Прежде чем сделать это, однако, еще раз подчеркнем, что детали требованиями по валидации должен быть определен до проведения экспериментов валидации и предсказания модели. Одной из причин для этого акцента является то, что она нацелена на ожиданиях модели для конкретного применения интереса, в отличие от того, что точность определяется в оценке валидации.

В подходе валидации 1, неопределенности оцениваются специалистами в данной области (SME), каждого из которых просят предоставить их оценку диапазона, в котором все практические экспериментальные или модельные результаты, как ожидается, упадет. В частности (см. Рис. 4), каждый малого и среднего бизнеса просят предоставить полуширину, Δ , полного интервала неопределенности, который затем интерпретируется равным трех стандартных отклонений в предполагаемом нормальной функции плотности вероятности (PDF). Для этой демонстрации, оценки, предусмотренные соответствующими специалистами в данной области (SME) на основе своего опыта с соответствующими задачами составляют:

$$\Delta^{\text{exp}} = 0,75 \text{ мм}, \Delta^{\text{mod}} = 0,71 \text{ мм} \quad (13)$$

Исходя из этого, предполагается, нормальные функции плотности вероятности (PDF) и интегральные функции распределения (CDF) для опыта и модель может быть построена со следующими параметрами:

$$\mu^{\text{exp}} (= w^{\text{exp}}) = -15,0 \text{ мм}; \sigma^{\text{exp}} = \frac{0,75}{3} = 0,25 \text{ мм}$$

$$\mu^{\text{mod}} (= w^{\text{mod}}) = -14,2 \text{ мм}; \sigma^{\text{mod}} = \frac{0,71}{3} = 0,24 \text{ мм} \quad (14)$$

Эти входные в настоящее время используются для вычисления метрик валидации. Как показано на рис. 8, пространство между CDFs была вычислена как 0,8 мм, так что в соответствии с уравнения. (1) площадь метрика $M_A^{SRQ} = 5,3\%$. (В соответствии со свойствами, перечисленными в п. 5.3 и что две интегральные функции распределения (CDF) пересекаются только рядом с одним крайним значением, где они практически равны, это значение почти точно абсолютная относительная разность средств.) Потому что метрика валидации подпадает под требование 10%, модель оценивается как действительная.

9. ПОДХОД ВАЛИДАЦИИ 2

Подход валидации 2 рассматривает случай, когда данные неопределенности доступны, и использует простой вероятностный анализ соотносить модели входных неопределенностей в выходной модель неопределенности. Площадь метрика используется для оценки достоверности модели.

9.1 Опыты валидации

Для валидации модели рекомендуется несколько повторных опыта валидации. Это будет приходиться на неизбежные изменения, которые существуют в производстве статьи испытаний, экспериментальной установки, и системы измерения. Для любого применения вопросы, которые требуют рассмотрения и решения в плане V&V включают следующие:

- (а) Сколько опытов необходимо провести?
 - (б) Должны ли различные техники или субподрядчиков собрать система для тестирования?
 - (в) Должны ли различные экспериментальные установки проводить эксперимент?
- На эти типы вопросов необходимо дать ответы в зависимости от конкретного случая.

Данные в этом примере используются для характеристики отклика системы поступают из опытов валидации с 10-ю номинально идентичными балками, построенными с номинальными размерами, перечисленными в п. 6.3.

После построения каждой балки по методу, аналогичной описанной в п. 8.2, касающиеся измерений относительно гравитационных условий равновесия балки используется. Неопределенность в ответе балки вследствие случайных и систематических неопределенности в нескольких экспериментальных измерений, а также изменчивость в свойствах тестируемого изделия. В этом примере, изменения свойств, как предполагается, будет ограничиваться модулем упругости в материале, используемом для создания каждая балка, и гибкость опорной. Эти независимые источники неопределенности могут быть разделены с использованием статистического проектирование техники эксперимента [6, 7].

Неопределенность в экспериментальных измерений будет в силу ряда случайных и систематических неопределенностей. Некоторые примеры случайной погрешности являются преобразователь шума, крепление отдельных датчиков, и настройка и калибровка всех приборов для каждого испытания. Примеры систематических неопределенностей, является калибровка датчиков, неизвестных ошибок смещения в экспериментальных методиках, и неизвестные ошибки смещения в экспериментальном оборудовании. Измеренные смещения в эксперименте валидации обозначены как $w_i^{\text{exp}}, i = 1, \dots, 10$. Измерения приведены в таблице 3.

Эти данные могут быть использованы для вычисления выборочного среднего и стандартного отклонения экспериментальных прогибов на конце:

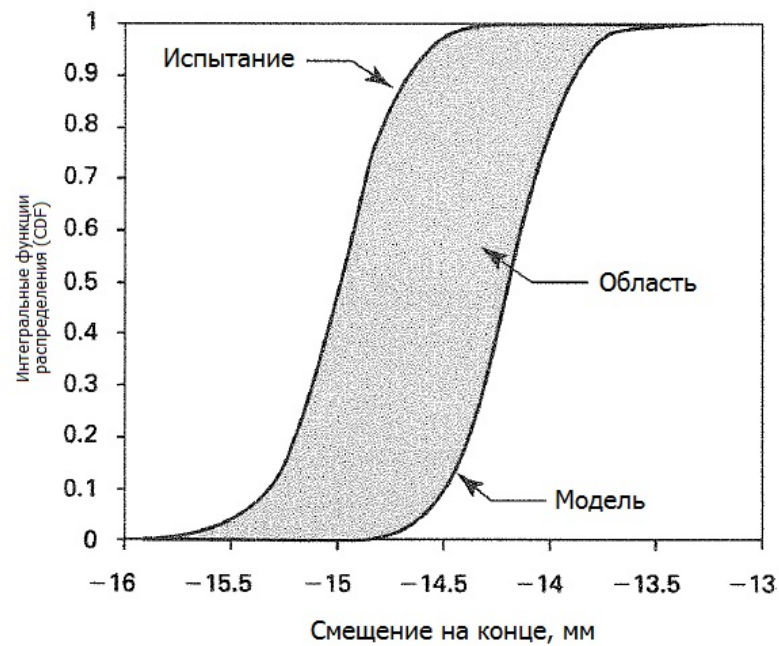
$$\begin{aligned} \bar{w}^{\text{exp}} &= \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} w_i^{\text{exp}} = -15,4 \text{ мм} \\ \sigma^{\text{exp}} &= \sqrt{\frac{1}{10-1} \sum_{i=1}^{10} (w_i^{\text{exp}} - \bar{w}^{\text{exp}})^2} = 0,57 \text{ мм} \end{aligned} \quad (15)$$

Для использования в области метрики эмпирические интегральные функции распределения (CDF) можно построить из данных эксперимента валидации. Данные, приведенные в таблице 3, сортируются в порядке возрастания, а значение вероятности i/N присваивается каждой из точек данных. Эмпирические интегральные функции распределения (CDF) показана на Рис. 9. Эти интегральные функции распределения (CDF) является «лестница-ступенчатой» из конечного числа точек данных, каждый с одним связанной вероятности.

9.2 Расчет неопределенности модели

Расчет неопределенности обеспечивает основу для количественной оценки и понимания эффект неопределенности в экспериментальных данных и вычислительных прогнозов, для оценки адекватности модели для использования по назначению, и для количественной оценки прогностической точности модели. По сравнению с традиционным детерминированным анализом, количественная оценка воздействия неопределенностей требует дополнительных усилий для сбора и описания входных данных, для выполнения анализа неопределенности и интерпретации результатов.

Рис. 8 Область между экспериментальными и расчетными интегральными функциями распределения (CDF)



ОБЩЕЕ ПРИМЕЧАНИЕ: Используется в метрике области.

Рис. 9 Эмпирические интегральные функции распределения (CDF) испытания по валидации

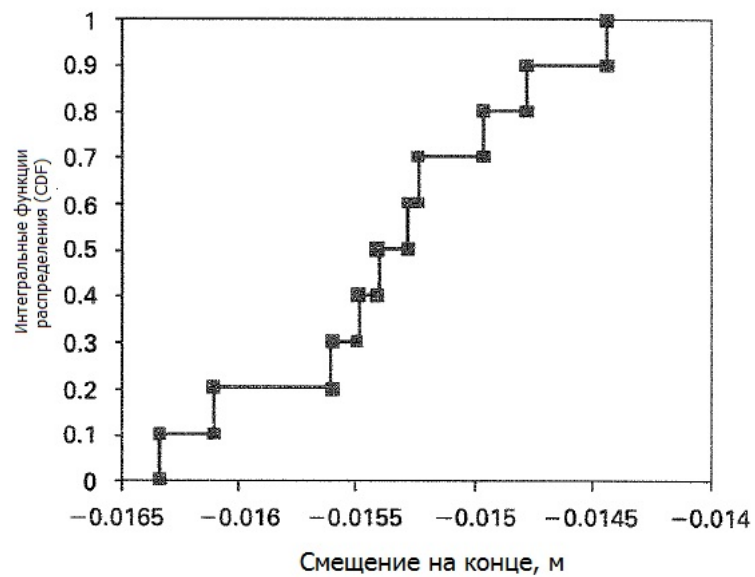


Таблица 3 Измеренные смещения на конце балки из испытаний по валидации

Испытание, i	Смещение на конце, w_i^{exp} , мм
	мм
1	-16.3
2	-15.5
3	-16.1
4	-14.8
5	-14.4
6	-15.0
7	-15.3
8	-15.4
9	-15.6
10	-15.2

Неопределенности входных данных в компьютерном моделировании из различных источников, таких как изменчивость входных параметров в связи с присущей случайностью, отсутствия или недостаточного информации, относящейся к модели или модели входов и допущений моделирования и подходов. Например, свойство материала, таких как модуль упругости будет меняться от образца к образцу вследствие присущей изменчивости в производстве материала. Нагрузки часто будут случайным в связи с неопределенностью факторов окружающей среды, таких как ветер, высота волны, и как построенных условиях. Неопределенности, как это вне нашей способности контролировать и называются присущи или неприводимым. Признавая это, подход для оценки их воздействия на результатах моделирования и работы системы.

Для облегчения числовое представление и моделирование неопределенностей, некоторый тип неопределенности модели и неопределенность количественного метода требуется. Известный подход к моделированию неопределенности основан на теории вероятности, используя то, что называется случайные величины. Говоря простым языком, случайная величина является функцией, которая относится возможные значения переменной, соответствующей вероятности возникновения. В этом приложении, неопределенность проявляется в материальном модуля и ограничения гибкости, что приводит к неопределенности в БРК интереса, а именно отклонению остря.

9.3 Случайная изменчивость модуля материалов

Один источник изменчивости в экспериментах валидации является модуль упругости, E , материала, используемого в пучке. Эта изменчивость обусловлена присущую вариативность в материале, и эти изменения не могут быть устранены в производстве луча или в эксперименте валидации. Таким образом, мы оцениваем материала изменчивость от повторных экспериментах на образцах, взятых из купонных того же материала, используемый в экспериментах пучка. Эта изменчивость затем будут включены в модель пучка, как описано ниже. Набор измерений образца 10 приведены в таблице 4.

Используя 10 измерения E , приведенные в таблице 4, выборочное среднее значение и стандартное отклонение вычисляются как 70,2 ГПа и 3,5 ГПа, соответственно. Гистограмма, иллюстрирующая изменчивость в E показано на фиг. 10, иллюстрация

(а). Для использования в вычислительной модели, это удобно, и, как правило, приемлемыми для представления гистограмму с непрерывной функцией. Потому что хорошо согласуется с данными хорошо, распределение Гаусса с той же средней и стандартного отклонения выбран, и это показано в виде функции плотности вероятности (PDF) и интегральной функции распределения (CDF) на Рис. 10, изображение (б). Другое распределение (например, логнормальное или Вейбулла) также может быть выбрано, если это лучше соответствует данным.

Таблица 4. Тестовые измерения модуля упругости, E

Испытание	Модуль, E , GPa
1	69.1
2	68.8
3	74.4
4	72.6
5	72.9
6	67.5
7	74.1
8	68.3
9	71.0
10	63.2

9.4 Случайная изменчивость гибкости опоры

Чтобы охарактеризовать случайную изменчивость гибкости опоры f_r , было проведено 20 опытов с использованием специально изготовленный и оснащенной балки. Данная специальная балка не является конической и не подвергается такой же нагрузке, указанной для балок, используемых в экспериментах валидации. Присоединение этой специальной балки, тем не менее, близко воспроизведены метод крепления балок, используемых в экспериментах валидации таким образом, чтобы измеряется изменчивость была бы подобна. Балка был разработан таким образом, что очень высокая степень достоверности была достигнута во всех предположений, сделанных в базовой математической модели. Например, все размеры были точно измерить и использованы в специальной вычислительной модели, указанной ниже, и модуль упругости измеряли в специальном купона теста с помощью того же материала, что и балки. В каждом эксперименте тщательно откалиброваны поперечная нагрузка была приложена, а вращение на поддерживаемом конце балки было выведено следующим образом: с высокой точностью вычислительной модели проводили с достаточным пространственным разрешением, что конвергентных численное решение было гарантировано, так что высокое доверие было достигнута в результатах моделирования. Единственный параметр в модели, который не был указан — это f_r . Для каждого проведенного эксперимента было сделано измерение для прогиба на свободном конце балки. Затем параметр f_r был отрегулирован таким образом, чтобы вычислительный результат соответствовал экспериментальным измерениям для прогиба на свободном конце балки. (Этот простой пример процедуры оптимизации обычно называют *оценкой параметров*.) Результаты этих опытов приведены в таблице 5.

Используя 20 оценок f_r , приведенных в таблице 5, рассчитываются выборочное среднее значение и стандартное отклонение чтобы составлять $8,4 \times 10^{-7} \text{ rad/N} \cdot \text{m}$, соответственно. Изменчивость f_r , показанная в таблице представляет собой сочетание экспериментальной неопределенности измерений и изменчивости в несколько раз есть специальный балки к испытательной арматуре. Гистограмма, иллюстрирующая изменчивость f_r показана на Рис. 11, изображение (а). Опять же, выбрано гауссово распределение. Другое распределение (например, логнормальное или распределение Вейбулла) также может быть выбрано, если это лучше соответствует данным. Как функции плотности вероятности (PDF), так и соответствующие интегральные функции распределения (CDF) показаны на Рис. 11, изображение (б).

Рис. 10 Случайная изменчивость в модуле, E , используемая в расчетной модели

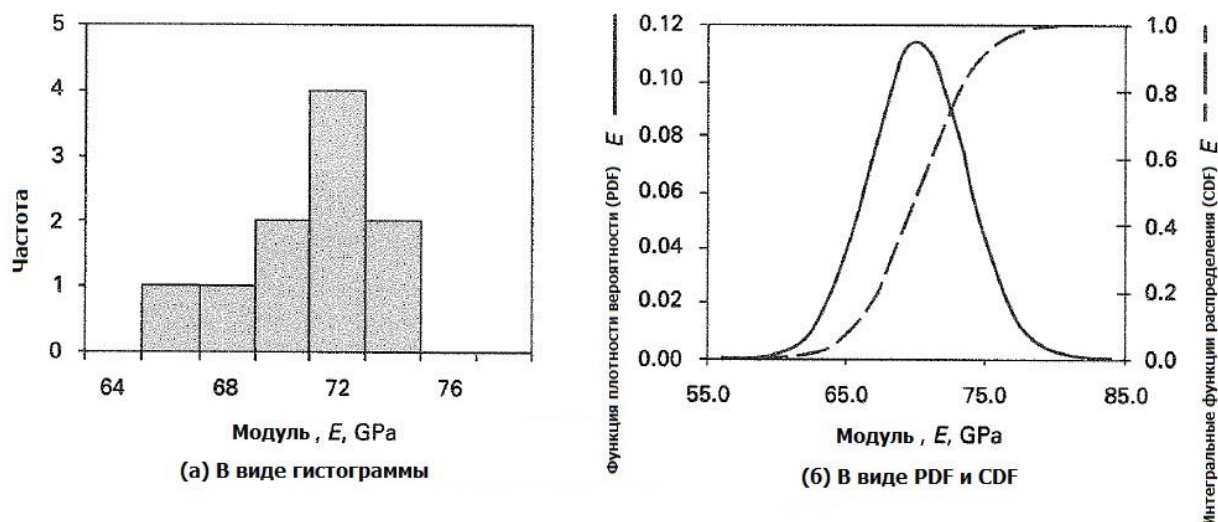
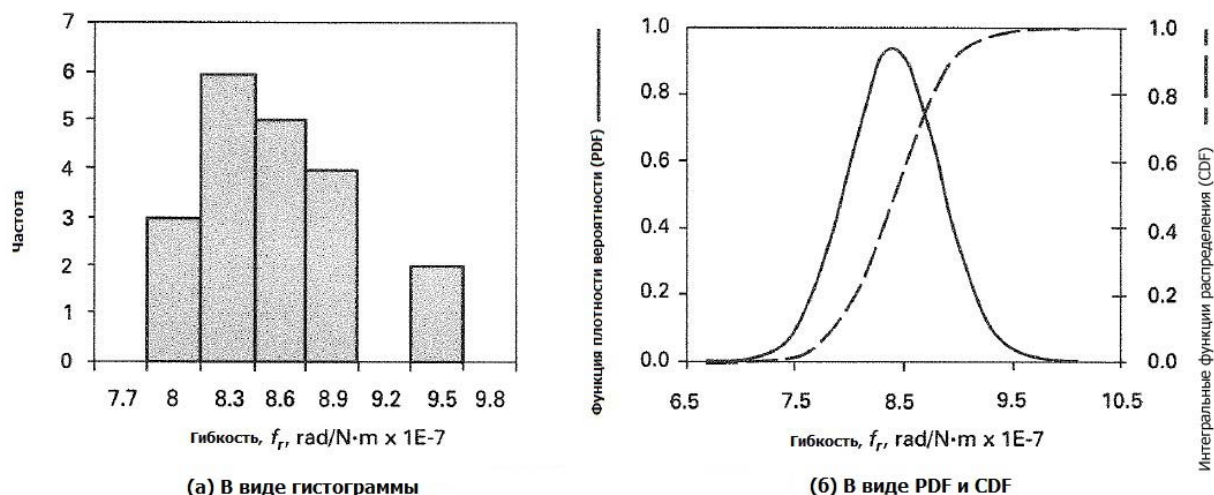


Таблица 5. Оценка испытания гибкости опоры

Испытание	$f_r, \text{rad/N} \cdot \text{m} \times 10^{-7}$
1	8.5
2	8.2
3	8.1
4	8.4
5	7.8
6	7.7
7	8.8
8	8.6
9	8.6
10	8.1
11	8.6
12	8.8
13	8.5
14	8.0
15	9.3
16	8.1
17	9.3
18	8.1
19	8.3
20	8.3

Рис. 11 Случайная изменчивость гибкости опоры, f_r , используемая в расчетной модели



9.5 Распространение неопределенности

Процесс распространения неопределенностей входных данных по вычислительной модели называется передачей неопределенности. Этот процесс показан на Рис. 12, где входные неопределенности распространяются через модели балки. Если все входы были рассматриваться как детерминированный (однозначный), смещение кончика балки также было бы однозначным. Это неопределенность во всех входных параметров, и их влияние на вычислительной модели выхода, что дает неопределенность в кончика балки перемещения, показанном на рисунке.

Есть много различных методов для распространения входных неопределенностей через вычислительной модели. Эти различные методы были разработаны в первую очередь для распространения неопределенности в эффективной и точной форме для различных ситуациях (например, статический против динамических ответов) и для различных целей (например, вычисления общей статистики, такие как среднее значение и стандартное отклонение по сравнению вычисления чрезвычайно мала вероятности).

Известный метод для выполнения распространения неопределенности является моделирование методом Монте-Карло, который является прямой метод случайной выборки. В Монте-Карло, случайным образом отбирают пробу из каждого из входных распределений. (Распределения могут быть гауссова или нет.) Этот образец затем используется в вычислительной модели, чтобы произвести один выходной образец ответа. Этот процесс повторяется несколько раз, число которых, как правило, зависит от величины отклика вероятности интерес. Например, если результат с низкой вероятностью возникновения представляет интерес, то большое количество образцов Монте-Карло требуется оценить эту вероятность точно. После того, как Монте-Карло закончена, выходные образцы обрабатываются для получения интегральных функций распределения (CDF) из отклонению остря.

Интегральные функции распределения (CDF) прогиба на конце балки в результате моделирования по методу Монте-Карло, показан на Рис. 13 интегральных функций распределения (CDF) появляется как относительно гладкой кривой, потому что были использованы большое количество образцов методом Монте-Карло. Вычисляется среднее значение и стандартное отклонение для перемещения кончика являются -14,1 мм и 0,65 мм, соответственно.

9.6 Оценка валидации

На Рис. 14 показаны интегральные функции распределения (CDF) расчетных и измеряется наводке отклонения луча. Область между ними, обозначенная штриховкой на рисунке, рассчитывается как 1,3 мм. Подход валидации 2 указывает, что область нормализуется абсолютной экспериментальной средней составляет меньше 10%. Это рассчитывается как $1,3/15,4 = 8,4\%$. Таким образом, требование валидации для смещения на конце выполнено.

Если требование валидации не были выполнены, возможные последующие шаги могут включать следующее:

- (а) получение дополнительных данных тест валидации
- (б) получения дополнительных данных их модели неопределенности входных данных
- (в) модифицировать модель и / или опыт, чтобы исправить любые подозреваемых недостатков
- (г) расслабляющий требованиям валидации

Хотя получение дополнительных данных всегда желательно, (а) и (б) может или не может уменьшить показатель, в зависимости от того, как они меняются относительные формы этих контрактов на разницу интегральных функций распределения (CDF). Пункт перечислены в (в) всегда должны быть выполнены, когда требования к валидации не удовлетворены.

Рис. 12 Процесс распространения неопределенности входных данных

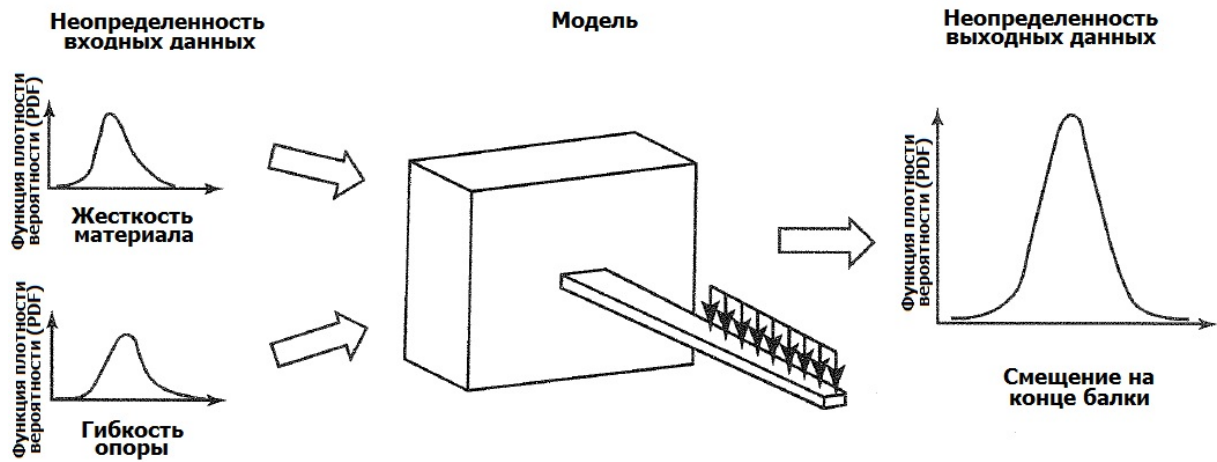


Рис. 13 Расчетная интегральная функция распределения (CDF) прогиба балки на конце

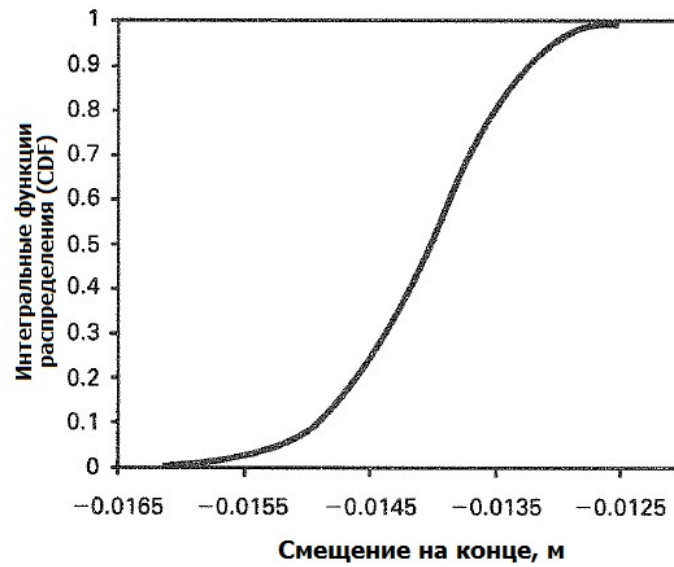
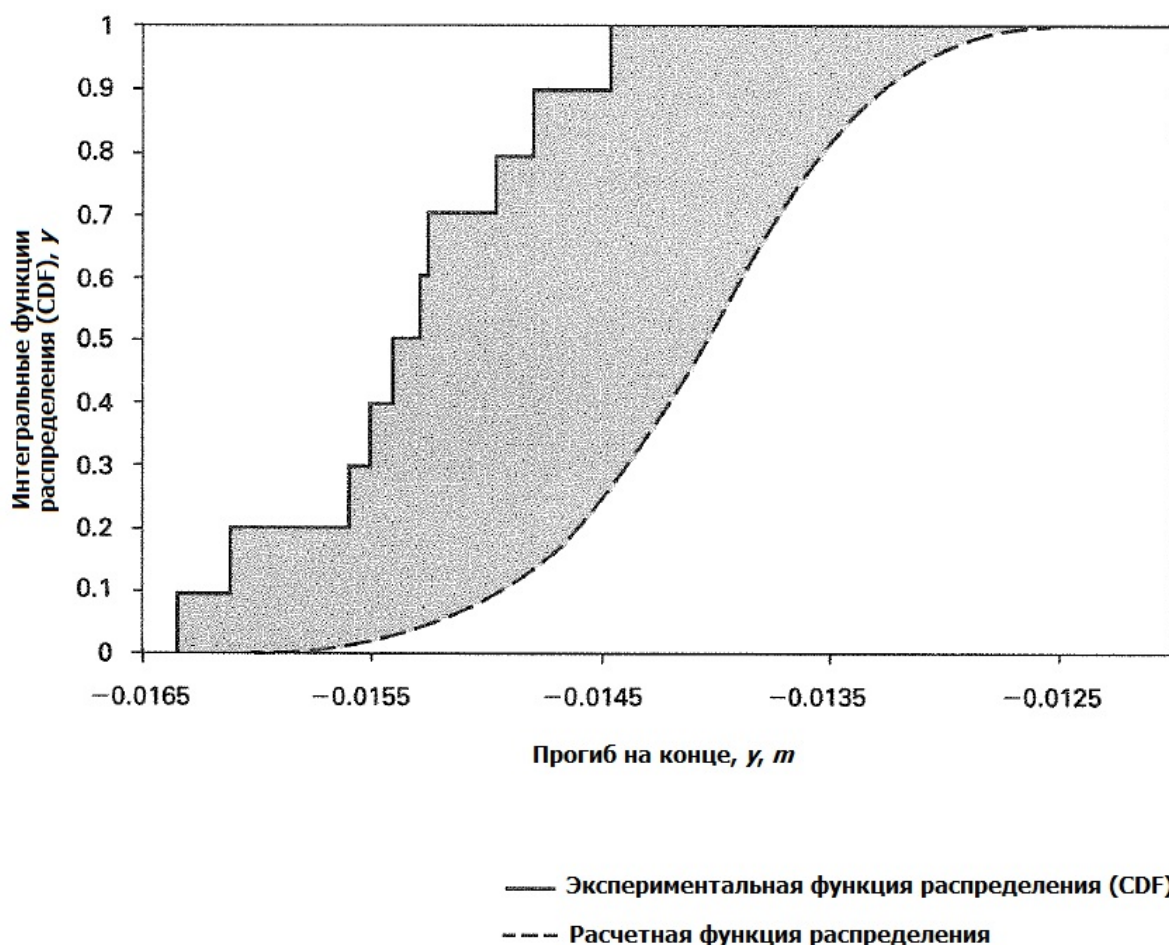


Рис. 14 Интегральная функция распределения (CDF) прогиба балки на конце, спрогнозированная моделью, эмпирическая интегральная функция распределения (CDF) испытания по валидации прогибов балки на конце и области между ними (затемненная область)



10 КРАТКИЙ ОБЗОР

В предыдущих разделах предоставить читателю пошаговую иллюстрацию некоторые из ключевых понятий верификации и валидации в обстановке вычислительных механики твердых тел. Начиная с плана верификации и валидации, последовательные этапы включали разработку модели, два аспекта проверки, и, наконец валидации проиллюстрировать с помощью двух альтернативных подходов валидации. В дополнение к иллюстрирующая методика верификации и валидации, читатель был также снабжен рамками для приближения попытки верификации и валидации по шкале больше, чем в простом примере консольной балки, используемой на рисунке.

Были продемонстрированы оба верифицируемого кода и расчет верификации. Код верификация иллюстрация используется как прямое сравнение модельного результата для кончика отклонения луча к свободному аналитического решения, и более требовательного испытание точности, используя вычисленное скорость сходимости в зависимости от разрешения сетки. Тест-сходимости скорость обнаружили ошибку в начальной кодирования уравнений, что не было обнаружено в традиционном испытании простое сравнение отклонение балки. Другая часть верификации, расчета верификация, сосредоточены на оценке количества ошибок, присущих модельном растворе вследствие пространственной дискретизации. Традиционная методика экстраполяции Ричардсона была представлена, а затем связано с более широко используется индекс сетки конвергенции (GCI). Результаты для GCI были представлены и используется для выбора дискретизации, которая привела к предполагаемое численной ошибки, гораздо меньшей, связанной метрической требования.

Два альтернативных подхода валидации были представлены и обсуждены. Оценки валидации были реализованы путем требований по метрике валидации в том районе, между CDFs экспериментальных и расчетных SRQs. Когда только один опыт валидации и один численное моделирование выполняются, сравнение с использованием расчетных неопределенности между экспериментальным результатом и соответствующего прогнозирования модели используется для реализации Валидация Подход 1 Валидация Подход 2 считает случай, когда неопределенность в обеих экспериментальных и модельных результатов количественно. В примере, в обоих подходах валидации, требование валидации был удовлетворен.

11. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ПРИМЕЧАНИЯ

Хотя консольная балка пример верификации и валидации включает в себя столько аспектов процесса верификации и валидации как практическое, это не все включено. Среди значительных упущений являются

- (а) документирование процесса верификации и валидации
- (б) описание планирования эксперимента и исполнения
- (в) приводит сравнения, когда количество ответов система изменяется во времени и пространстве, и как совместить разнородные системные интересующие нас величины в требовании ходе общей оценки (например, прогиба кончика балки и четверть-точка штамм)
- (г) выявление неопределенными параметрами как в моделировании и опытов и как количественно свою неуверенность и практического использования информации как в верификации и валидации плана и оценки валидации
- (е) процедуры для оценки эффекта, опыт и компетентность аналитика выполнения моделирования и симуляции

Хотя очевидно, что документация верификации и валидации должен представить окончательные результаты, что, возможно, менее очевидно, является важность отчетности промежуточные результаты, как успешных, так и неудачных. Хорошая документация не только выполняет требования к отчетности, она также смотрит в будущее и ожидает потребности тех, с использованием модели после того, экспериментальная аппаратная и моделирования программного обеспечения, больше не существуют или являются устаревшими. В качестве примера, описание процесса принятия используемого для выбора учредительный модель будет иметь потенциальную будущую стоимость, в то время как просто предоставление копии входе программного обеспечения для конституциональной модели могут иметь мало будущей значимости.

Равноправными партнерами в любых усилий валидации являются разработчиками модели и эксперимент дизайнеры. Общая блок-схема последовательности верификации и валидации процесса (Рис. 1) показывает параллельные пути для математического и физического развития модели. Это, пожалуй, естественно акцент чтобы быть сделан на математическом моделировании в документа, написанного комитета, состоящего в основном вычислительные механиков, несмотря на признание в равной роли экспериментаторов.

Использование метрик для обеспечения количественные сравнения экспериментальных и моделирования результатов является активным площадь для верификации и валидации 10 Комитета. Целевая группа была сформирована, чтобы подготовить документ адресации ряд метрик валидации в том числе для сравнения непрерывно изменяющиеся данные. Площадь сравнительных показателей, особенно те, которые связаны несколько типов подобных или разрозненных количествах срабатывания системы, является областью валидации, что особенно было бы полезно взносов академического сообщества, где можно было бы с успехом использованы математические понятия и идеи от других, чем механики областях.

Вся тема верификации и валидации значительно продвинулось вперед за последние десять лет. В дополнение к многочисленным научным публикациям, мини-симпозиумов и семинаров, там недавно появились книги длины лечения по Роуч [5], Коулман и Стил [8], и Оберкамп и Рой [9]. Они обеспечивают углубленное лечение различных темах верификации и валидации, в дополнение к предлагая альтернативные взгляды на некоторые темы, которые продолжают созреть вместе со всем процессе верификации и валидации. Еще один документ, интересный Стандартный ASME для проверки и

Валидация в вычислительной гидродинамики и теплообмена [10].

Комитет V & V 10 имеет несколько членов, которые являются активными в области исследований, связанных с неопределенностью количественного (UQ), особенно в части, касающейся валидации. Целевая группа была создана для обеспечения руководящего документа по вопросу о роли валидации UQin. Хотя такой документ является нужны дополнением к существующей литературе стандартов V & V, это, вероятно, не будет рассматривать необходимость гораздо более глубокого понимания и признания UQ среди аналитиков, их менеджеров и клиентов. И здесь есть возможность для преподавателей высших учебных заведений, чтобы способствовать улучшению общей осведомленности о верификации и валидации. Внедрение процесса верификации и валидации в классе начал, но не так широко, как преподавание вычислительной механики. Кроме того, поощрение студентов принять соответствующую работу математическую курс будет предоставить студенту UQ понимания необходимости принять участие в будущей деятельности по верификации и валидации, где UQ, безусловно, будет язык валидации.

Существенным фактором в исходе любого верификации и валидации попытки является опыт и квалификация аналитика, выполняющего моделирование и моделирование. Ожидается, что более опытные аналитик с помощью программного обеспечения для применения интерес, тем больше вероятность успешного исхода усилия валидации. Сложность состоит оценки априори, и, возможно, количественной, компетентность аналитика и, таким образом, определение пригодности аналитика для выполнения моделирования и симуляции. Некоторые формальные руководящие указания в Приложении NAFEMS системы качества (Приложение В, компетентности персонала) [11], чтобы помочь руководителям программ в принятии важных решений в персонале. Хотя трудная тема, и, конечно, широко игнорируются, руководство в оценке компетентности приветствуется, и может оказать существенное положительное влияние на общий процесс валидации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] ASME, 2006, Guide for Verification & Validation in Computational Solid Mechanics, ASME V&V 10-2006, The American Society of Mechanical Engineers, New York, NY.
- [2] Department of Defense Standard Practice: Documentation of Verification, Validation, and Accreditation (VV&A) for Models and Simulations, MIL-STD-3022, 29 January, 2008.
- [3] Ferson, S., Oberkampf, W., and Ginsburg, L., 2008, "Model validation and predictive capability for the thermal challenge problem," *Comput. Methods Appl. Mech., Engrg.* 197, pp. 2408-2430.
- [4] Vallender, S.S., 1973, "Calculation of the Wasserstein distance between probability distributions on the line," *Theory of Probability and its Applications* 18 (1973), pp. 784-786.
- [5] Roache, P. J., 2009, *Fundamentals of Verification and Validation*, Hermosa Publishers, Albuquerque, NM.
- [6] Montgomery, D. C., 2000, *Design and Analysis of Experiments*, 5th Ed., John Wiley, Hoboken, NJ.
- [7] Box, G. E. P., Hunter, J. S., and Hunter, W. G., 2005, *Statistics for Experimenters: Design, Innovation, and Discovery*, 2nd Ed., John Wiley, New York, NY.
- [8] Coleman, H. W., and Steele, W.G., 2009, *Experimentation, Validation, and Uncertainty Analysis for Engineers*, 3rd. Ed., John Wiley, Hoboken, NJ.
- [9] Oberkampf, W. L., and Roy, C. J., *Verification and Validation in Scientific Computing*, Cambridge University Press, 2010.
- [10] ASME, 2009, *Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer*, ASME V&V 20-2009, The American Society of Mechanical Engineers, New York, NY.
- [11] Smith, J.M., NAFEMS Quality Standard Supplement 001, November 2007 <http://www.nafems.org/publications/browse-buy/qa/QSS001/>
- [1] ASME, 2006, Руководство по верификации и валидации в вычислительной механике твердых тел, ASME V&V 10-2006, Американское общество инженеров-механиков, Нью-Йорк, штат Нью-Йорк.
- [2] Стандартный метод Министерства обороны: документация по верификации, валидации и аккредитации (VV&A) для моделей и моделирования, MIL-STD-3022, 29 января 2008.
- [3] Ферсон, С., Оберкамф, В., Гинзбург, Л., 2008, «Валидация модели и прогностические способности для тепловой задачи», *Расчетные методы, применяемые в инженерной механике*. 197, с. 2408-2430.
- [4] Валлендер, С. С., 1973, «Расчет расстояния Вассерстена между вероятностными распределениями на прямой», *Теория вероятностей и ее применение* 18 (1973), сс. 784-786.
- [5] Роуч, П. Дж., 2009, *Основы верификации и валидации*, издательство Хермоса, Альбукерке, Нью-Мексико.
- [6] Монтгомери, Д. С., 2000, *Разработка и анализ экспериментов*, 5-е изд., Джон Вилей, Хобокен, Нью-Джерси.
- [7] Бокс, Г. Е. П., Хантер, И. С., и Хантер, В. Г., 2005, *Статистика для экспериментаторов: проектирование, инновации, и открытия*, 2-е изд, Джон Вилей, Нью-Йорк.
- [8] Коулман, Х. В., Стил, В. Г., 2009, *Эксперименты, проверки и анализ неопределенностей для инженеров*, 3-е изд., Джон Вилей, Хобокен, Нью-Джерси.
- [9] Оберкамф, В. Л., и Рой, С. Дж., *Верификация и валидация в научных вычислениях*, изд-во Кембриджского университета, 2010.
- [10] ASME, 2009, *Стандарт верификации и валидации в вычислительной гидродинамике и теплообмене*, ASME V&V 20-2009, Американское общество инженеров-механиков, Нью-Йорк, штат Нью-Йорк.
- [11] Смит, Дж, NAFEMS Дополнение к стандарту качества 001, ноябрь 2007 <http://www.nafems.org/publications/browse-buy/qa/QSS001/>